

Analisi II - Esercizi proposti

Luciano Battaia^(*)

Anno Accademico 2010-2011^(†)
Università degli Studi di Trieste - Sede di Pordenone
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale

Questo fascicolo raccoglie gli esercizi proposti durante il corso di Analisi II per il corso di laurea in Ingegneria Industriale dell'Università di Trieste, sede di Pordenone, nell'anno accademico 2010-2011. La maggior parte degli esercizi sono desunti da quelli assegnati dal dott. Franco Obersnel, che ha tenuto questo corso negli anni accademici precedenti; alcuni esercizi sono tratti dai temi assegnati agli esami del corso di laurea in Ingegneria dell'Università di Trieste. Il fascicolo sarà aggiornato periodicamente con il procedere del corso; la data dell'ultimo aggiornamento compare in nota a questa pagina.

Esercizio 1. Si consideri la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(3^n x)}{2^n}.$$

1. Si verifichi che la serie converge uniformemente.
2. Si verifichi che la serie delle derivate non converge.

Esercizio 2. Si consideri la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n + x^2}.$$

1. Si verifichi che la serie non converge totalmente.
2. Si verifichi che la serie converge uniformemente.

Esercizio 3. Supponiamo di sapere che la serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{+\infty} a_n (x + 1)^n$$

converge semplicemente (non assolutamente) nel punto $x = -3$. Può la serie convergere nel punto $x = 2$?

Esercizio 4. Si calcoli il raggio di convergenza e si studi il comportamento agli estremi dell'intervallo di convergenza delle serie seguenti.

^{*}<http://www.batmath.it>

[†]Ultimo aggiornamento del 22 settembre 2010

1.
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n x^{2n}}{\sqrt{n+1}}.$$

2.
$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{\sqrt{n}} x^n.$$

3.
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-2)^n}{n} x^n.$$

4.
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{2^n} (x-4)^n.$$

5.
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[3]{n} 2^n} x^n.$$

6.
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{e^n} (x-e)^n.$$

Esercizio 5. Calcolare la somma delle seguenti serie.

1.
$$\sum_{n=1}^{+\infty} (n^2 - n)x^n.$$

2.
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n}}{2n+1} \text{ (usare il teorema di integrazione).}$$

3.
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n+2}{n+1} x^n.$$

4.
$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n+1}.$$