LUCIANO BATTAIA

# SPIRALI, ELICHE, ELICOIDI

*Appunti dalle lezioni del corso di Matematica per il Design per l'ISIA di Roma, sede di Pordenone*

www.batmath.it

Spirali, eliche, elicoidi
Appunti dalle lezioni del corso di Matematica per il Design
per l'ISIA di Roma, sede di Pordenone

Luciano Battaia

http://www.batmath.it

Versione 1.0 del 3 marzo 2017

Mi piace guardare alla matematica più come un'arte che come una scienza, perché l'attività dei matematici, che creano costantemente, è guidata ma non controllata dal mondo esterno dei sensi; quindi assomiglia, io credo, in realtà all'attività di un artista, di un pittore. Proprio come non si può essere pittore senza una certa tecnica, così non si può essere un matematico senza il potere della ragione accuratamente giunto a un certo punto. Tuttavia queste qualità, fondamentali, non fanno un pittore o un matematico degno di questo nome, né in verità sono i fattori più importanti. Altre qualità di una specie più sottile, alla cui vetta vi è in entrambi i casi l'immaginazione, creano un buon artista o un buon matematico.

*Bocher, Bulletin of the American Mathematical Society,* 11, 1904

La bellezza è un fattore matematico. In un viso ad esempio è tutta una questione di distanza fra occhi, lunghezza di naso: la bellezza è matematica pura. Le proporzioni sono tutto. Guardate San Pietro, il colonnato, le finestre: è tutta una questione di proporzioni.

*Giorgietto Giugiaro, Intervista a Repubblica,* 9 *novembre* 2013

# Indice

# Premessa

Questo fascicoletto contiene solo alcune integrazioni al testo in uso[1] presso il corso di Matematica per il Design dell'ISIA di Roma, sede di Pordenone. È da intendersi ad uso esclusivo degli studenti iscritti al corso citato.

[1] Nicoletta Sala e Gabriele Cappellato, *Viaggio matematico nell'arte e nell'architettura*, Franco Angeli Editore, Milano, 2003.

# 1. Premesse matematiche

Per poter capire appieno il concetto e l'uso delle spirali è necessaria una piccola premessa di carattere matematico, che manterremo la più semplice possibile.

## 1.1. Angoli e loro misura

La regola di base per misurare una grandezza è quella di usare un campione di quella grandezza come unità e poi calcolare quante di queste unità, o eventualmente di sue parti, servono per "riempire" la grandezza in esame.

Se poi si usano diverse unità di misura per lo stesso tio di grandezza, per passare dalla misura in una unità a quella in un'altra basterà stabilire un'apposita proporzione. Per esempio se usiamo cm oppure pollici per misurare lunghezze e indichiamo con $l_{\text{cm}}$ e $l_{\text{inch}}$ le misure in centimetri e pollici rispettivamente, la proporzione sarà:

$$l_{\text{cm}} : l_{\text{inch}} = 1 : 2.54.$$

Per gli angoli la misura comunemente usata è quella del *grado sessagesimale*, ove l'angolo campione è la $360^{\text{a}}$ parte dell'angolo giro: per indicare che un angolo è stato misurato con questo sistema di misura si usa, come è noto, la scrittura $\alpha°$. La scelta del numero 360 è chiaramente legata a ragioni storiche e ha l'enorme vantaggio che gli angoli più importanti della geometria hanno, in questa unità, misure intere[1]. Tra questi segnaliamo principalmente l'angolo retto (90°), la sua metà (45°), la sua terza parte (30°) e i suoi 2/3 (60°). Ma lo stesso vale per gli angoli interni di un pentagono regolare (108°), di un ennagono regolare (140°), di un decagono regolare (144°) e così via.

Tuttavia questa unità di misura non è adatta per molti scopi, anche pratici, per cui si introduce un ulteriore sistema di misura: la misura in radianti[2], per la quale si usa il simbolo $\alpha^{\text{r}}$, o semplicemente $\alpha$ senza alcuna altra indicazione. Per quanto interessa il nostro corso potremmo semplicemente limitarci a considerare la proporzione che lo lega ai gradi sessagesimali, che è la seguente:

$$\alpha° : \alpha^{\text{r}} = 180° : \pi.$$

Utilizzando questa proporzione possiamo valutare quanto misurano gli angoli importanti della geometria in questo nuovo sistema, riportando i valori in una tabella.

| gradi | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 180° | 270° | 360° |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| radianti | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |

[1]Tutto questo è legato al fatto che 360 ha un grande numero di divisori e precisamente: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360.

[2]In certe applicazioni si usa anche la misura in gradi centesimali dove l'angolo giro è diviso in 400 parti, anziché in 360, in modo da avere l'angolo retto di 100 gradi centesimali. Tuttavia si tratta di un sistema poco usato (seppure presente nella quasi totalità delle calcolatrici tascabili) e non ce ne occuperemo.

Tuttavia è utile, per quanto diremo, la seguente osservazione. Se consideriamo una circonferenza di raggio 1, i numeri che compaiono nella seconda riga della tabella precedente rappresentano la lunghezza di un arco di circonferenza che ha un angolo al centro uguale al corrispondente valore indicato nella prima riga della stessa tabella. Per questo basta ricordare che la lunghezza della circonferenza di raggio $r$ è $2\pi r$ e quindi, se il raggio è 1, è semplicemente $2\pi$. nella figura che segue sono visualizzati i casi degli angoli di 30°, 45° e 60°.

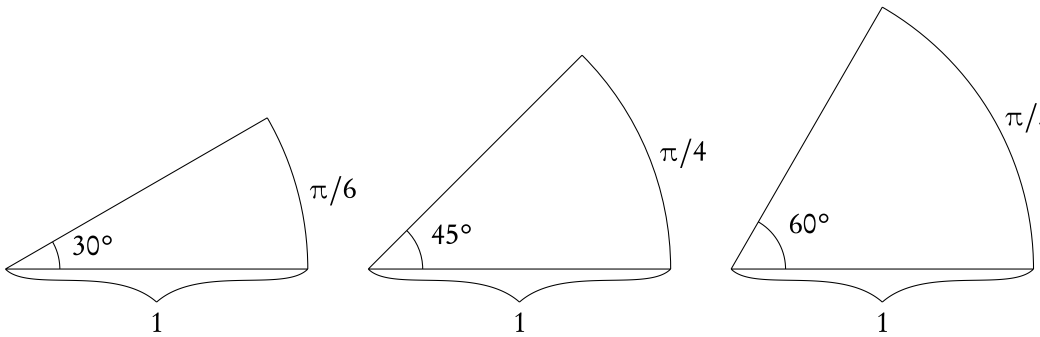



Figura 1.1.: *Angoli e loro misura in radianti*

È anche opportuno, soprattutto a fini applicativi, ricordare che

$$\pi \simeq 3.14$$

e quindi, ad esempio,

$$\frac{\pi}{6} \simeq 0.52, \quad \frac{\pi}{4} \simeq 0.79, \quad \frac{\pi}{3} \simeq 1.05, \quad \frac{\pi}{2} \simeq 1.57.$$

Se esaminiamo di nuovo la figura corrispondente, per esempio, all'angolo di 30°, possiamo anche immaginare che la misura dell'angolo in radianti sia la lunghezza dell'arco descritto dal punto A, mentre il lato $\overline{\mathsf{OA}}$ ruota descrivendo l'intero angolo fino a sovrapporsi ad $\overline{\mathsf{OB}}$.

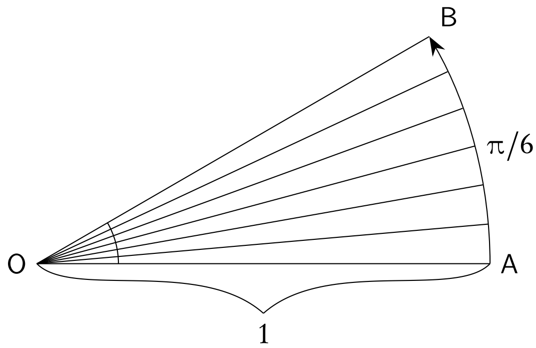



Figura 1.2.: *Angolo di* 30° *e lunghezza dell'arco descritto dal lato* $\overline{\mathsf{OA}}$

Se ragioniamo in questo modo non è difficile immaginare anche angoli più grandi dell'angolo giro: basterà pensare che quando il segmento $\overline{\mathsf{OA}}$, ruotando attorno ad O, ha terminato il primo giro, continui ancora a ruotare. In questo modo chiaramente la lunghezza dell'arco descritto può diventare grande quanto si vuole. Per esempio un angolo di $4\pi$ corrisponderà ad una rotazione completa di 2 giri attorno al vertice O dell'angolo.

Se poi facciamo l'ulteriore sforzo di assegnare una misura positiva agli archi percorsi in senso antiorario e una misura negativa a quelli percorsi in senso orario, potremo avere angoli che hanno misure, sia positive che negative, espresse da un qualunque numero reale.

## 1.2. Coordinate cartesiane e grafici

Se introduciamo nel piano un sistema di coordinate cartesiane ortogonali, ad ogni punto del piano possiamo associare una coppia di coordinate, rispettivamente dette ascissa e ordinata, e viceversa, come è ben noto. Se usiamo la lettera $x$ per le ascisse e la $y$ per le ordinate scriveremo, per un punto P, $P = (x, y)$, oppure $P(x, y)$.

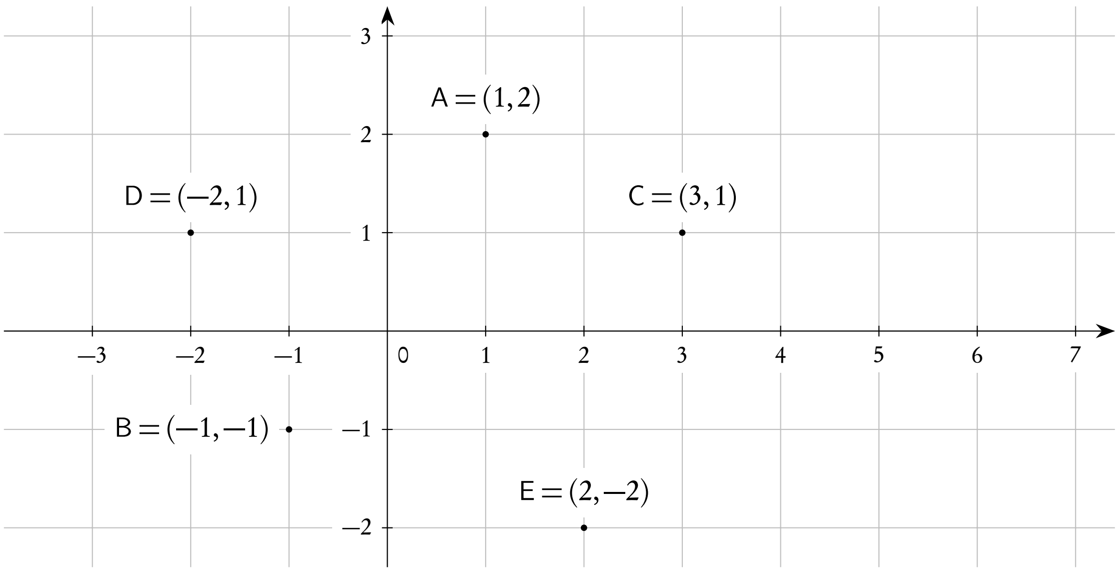



Figura 1.3.: *Punti e loro coordinate cartesiane nel piano*

Se ora consideriamo una funzione, per esempio $y = x^2$, possiamo rappresentare nel piano il suo "grafico", ovvero l'insieme di tutti i punti le cui coordinate si ottengono assegnando ad $x$ via via tutti i valori possibili e trovando il corrispondente valore di $y$. Normalmente l'insieme di questi punti è costituita da una curva, nel senso intuitivo del termine, del piano cartesiano. Nell'esempio in questione la situazione è rappresentata nella figura 1.4, in cui abbiamo rappresentato in dettaglio anche alcuni punti.

Nel nostro corso non abbiamo introdotto strumenti per poter tracciare questo tipo di grafici, anche se situazioni elementari come quella appena considerata sono state studiate nella scuola media superiore. In ogni caso sono reperibile molti software, anche gratuiti, in grado di risolvere il problema: citiamo tra tutti Geogebra, il cui uso è gratuito per scopi non commerciali e che può essere utilizzato anche in versione per smartphone.

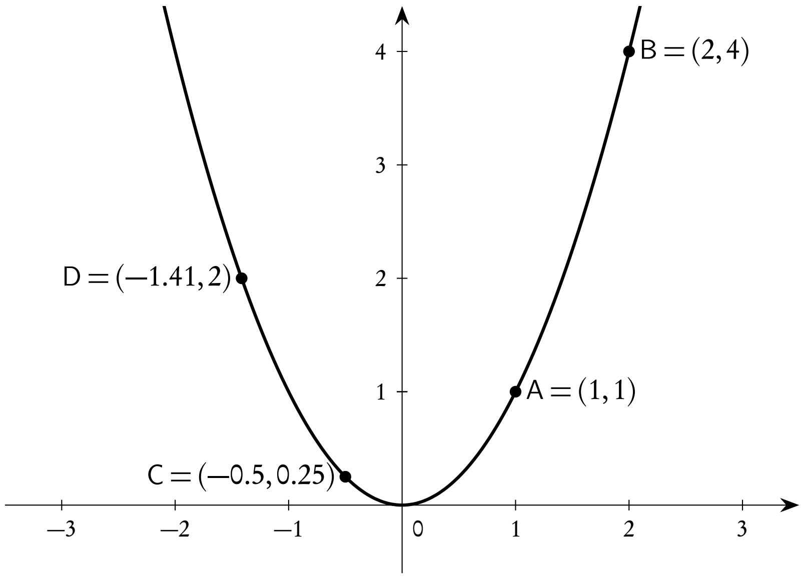



Figura 1.4.: *Grafico di $y = x^2$*

A puro titolo di esempio tracciamo il grafico di

$$y = \frac{x^2 - 5x + 1}{x^2 + 1}.$$

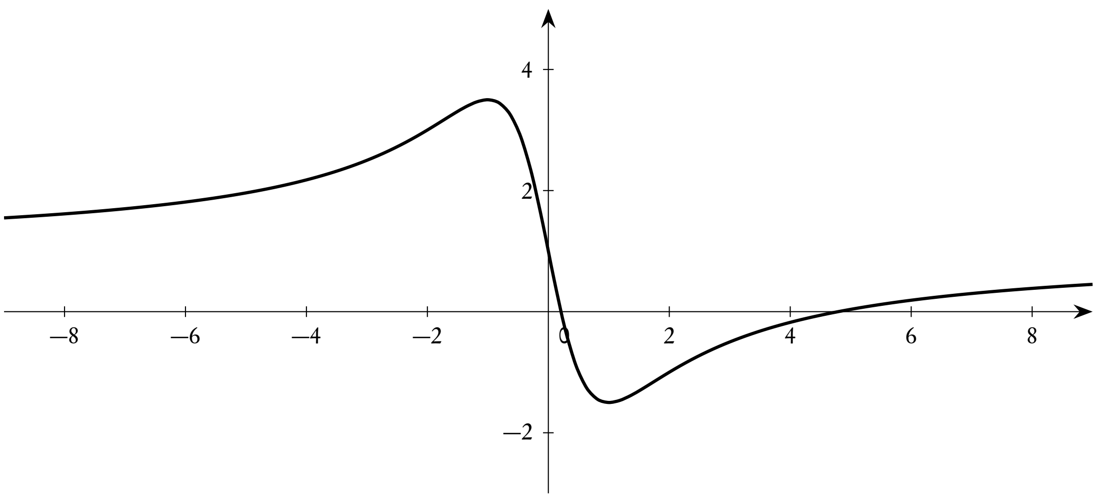



Figura 1.5.: *Grafico di $y = (x^2 - 5x + 1)/(x^2 + 1)$*

## 1.3. Coordinate polari e grafici

Nel piano possiamo anche introdurre un diverso modo di associare ai punti una coppia di numeri reali, precisamente il sistema di coordinate polari, definito come segue. Fissiamo una semiretta OA, che sarà "l'origine degli angoli" ed è chiamata *asse polare*, mentre il punto O è detto *polo*. Considerato poi un punto P gli associamo la coppia di numeri costituita dalla sua distanza dall'origine O e dall'angolo $\vartheta = \mathrm{A}\widehat{\mathrm{O}}\mathrm{P}$, misurato in radianti. Si veda un esempio nella figura 1.6, dove abbiamo anche disegnato il sistema di coordinate cartesiane, per un utile raffronto e dove abbiamo usato la scrittura $\mathrm{P} = (3.64 : 0.74)$, con i due punti al posto della virgola per indicare che si tratta di coordinate polari, anziché cartesiane. In generale si usa la scrittura $\mathrm{P} = (r : \vartheta)$.

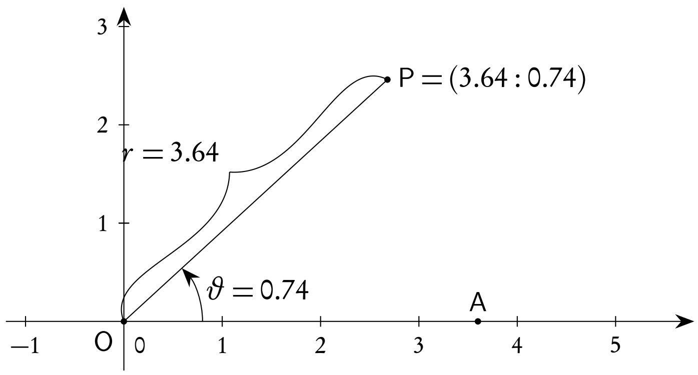



Figura 1.6.: *Coordinate polari*

In perfetta analogia con il caso delle coordinate cartesiane, si possono ora considerare grafici di funzioni in coordinate polari, per esempio $r = \vartheta^2$, in analogia con la $y = x^2$ prima considerata. Anche se la legge è la stessa, ovvero per ottenere $r$ si fa il quadrato di $\vartheta$, come per ottenere $y$ si faceva il quadrato di $x$, la rappresentazione grafica è completamente diversa e, come prima, ci affidiamo a un software per ottenere il risultato, illustrato nella figura 1.7, dove abbiamo anche riportato le unità di misura sull'asse polare, per un utile confronto.

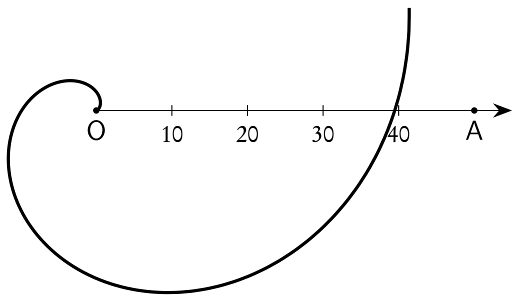



Figura 1.7.: *La curva $r = \vartheta^2$ in coordinate polari*

# 2. Spirali

Le spirali sono le curve per eccellenza che possono essere disegnate facilmente in un grafico in coordinate polari. Per dettagli si faccia anche riferimento al libro di testo.

## 2.1. La spirale di Archimede

Essa ha equazione polare $r = a\vartheta$, con $a > 0$, e la sua rappresentazione grafica (con $a = 1$) è proposta nella figura 2.1. La sua caratteristica essenziale è che la distanza tra due spire, misurata lungo una semiretta avente origine nel polo $O$, è costante. Si tratta del parallelo in coordinate polari della curva $y = x$ in coordinate cartesiane (bisettrice del primo e terzo quadrante) e, dal punto di vista applicativo, è molto importante in quanto rappresenta il modello di legge di proporzionalità diretta.

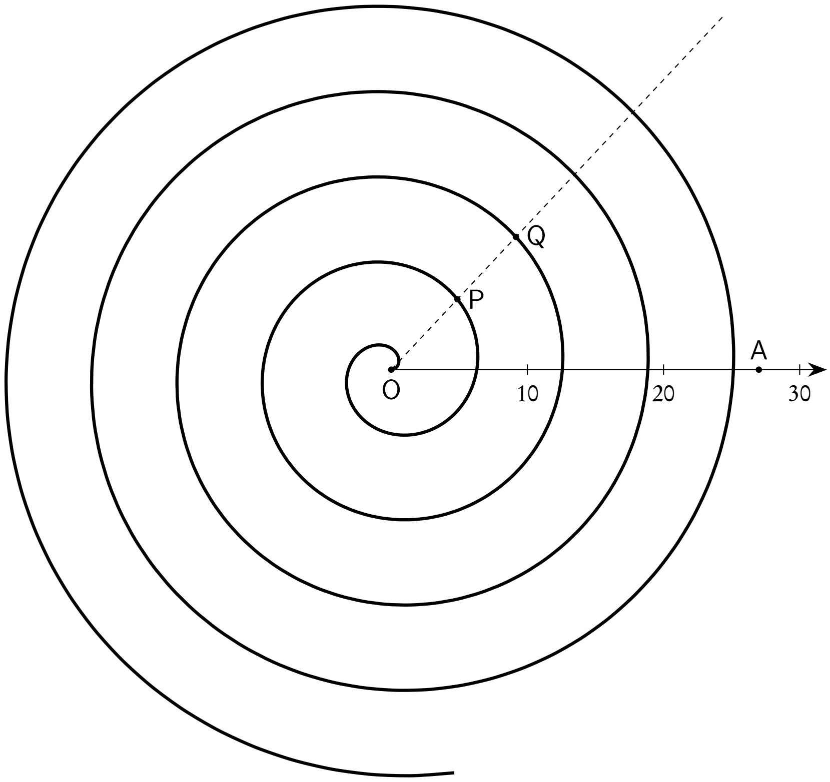



Figura 2.1.: *La spirale di Archimede*

Altre spirali simili si ottengono considerando le equazioni polari $r = a\vartheta^2$, (nel caso $a = 1$ è quella già rappresentata anche nella figura 1.7), $r = a\vartheta^3$, ecc. Si veda la figura 2.2, dove abbiamo rappresentato anche la spirale di Archimede per confronto e dove abbiamo considerato $a = 1$.

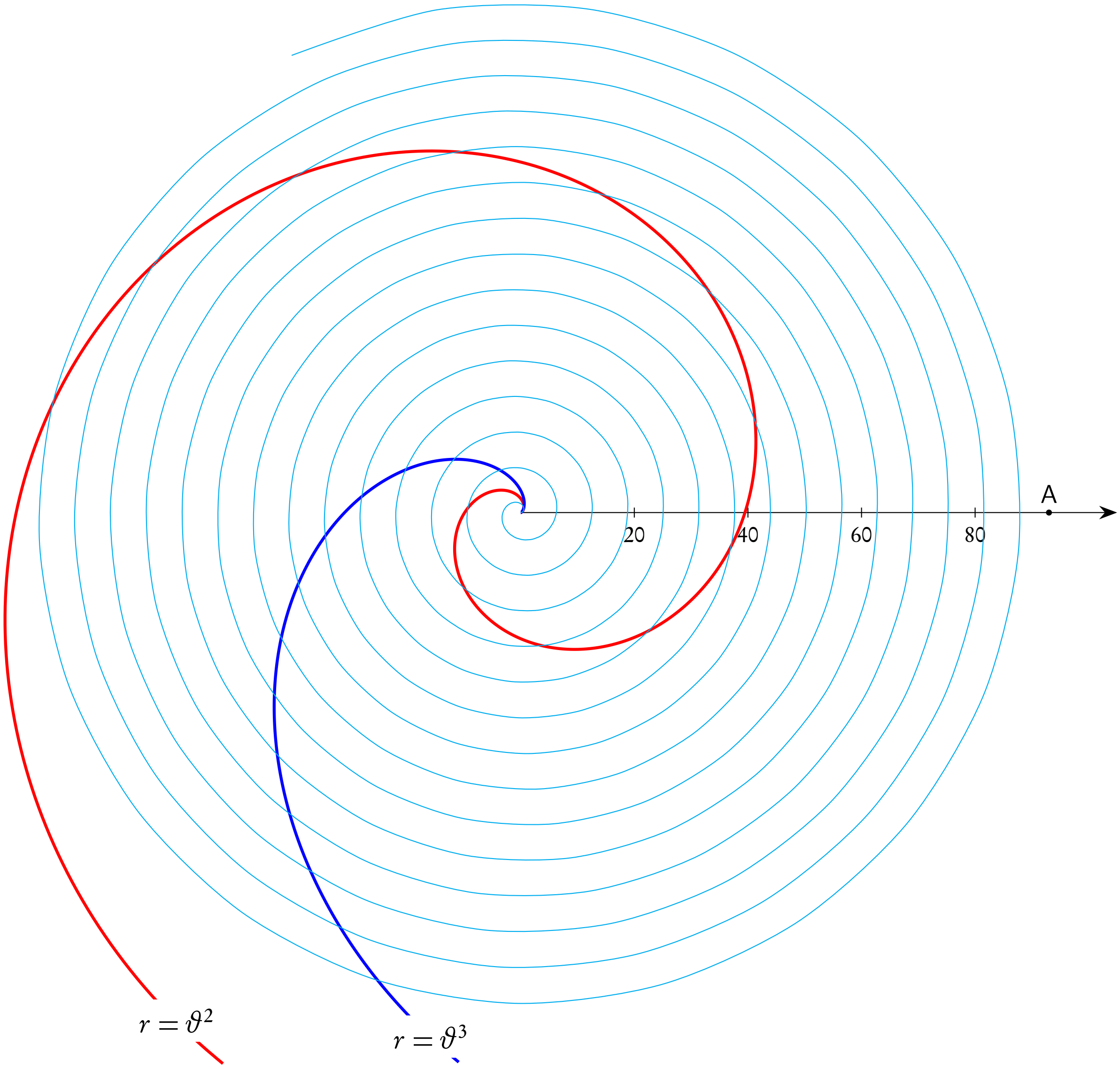



Figura 2.2.: *Spirali del tipo* $r = \vartheta^n$

Come si vede, mentre nella spirale di Archimede le spire sono sempre equamente distanziate, nelle spirali $r = \vartheta^2$ e $r = \vartheta^3$ la distanza tra le spire aumenta rapidamente. È utile anche un grafico in una diversa unità di misura, proprio per evidenziare questo fatto. Si veda la figura 2.3, riferita alla spirale $r = \vartheta^2$.

È ormai chiaro che cosa succede se si aumenta ulteriormente l'esponente di $\vartheta$.

Passiamo ora a considerare altre situazioni, cominciando da quelle in cui l'esponente è negativo.

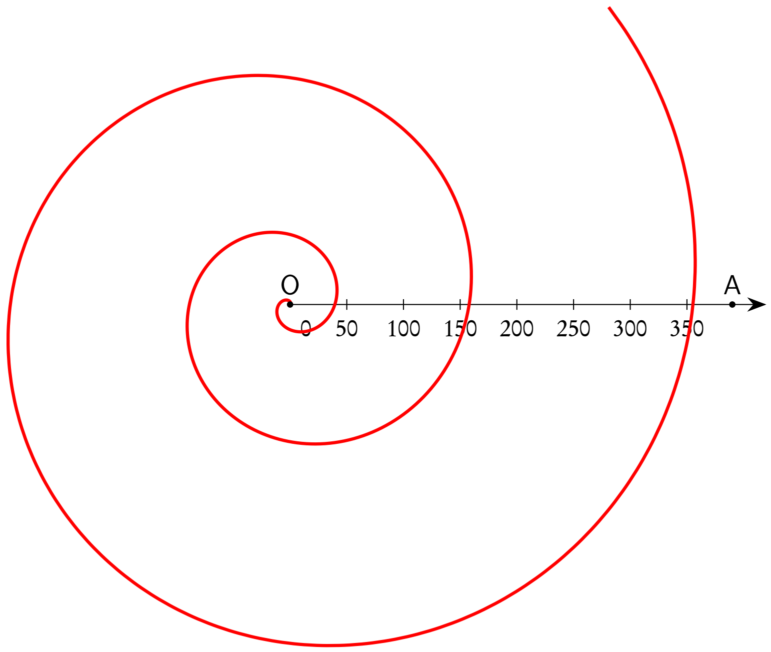



Figura 2.3.: *La spirale $r = \vartheta^2$, con un maggiore numero di spire*

## 2.2. La spirale iperbolica

Il caso $r = a\vartheta^{-1}$ è il parallelo, in coordinate polari, del caso $y = ax^{-1}$, ovvero $xy = a$, in coordinate cartesiane: il prodotto delle due grandezze $x$ e $y$ è costante, dunque si tratta di due grandezze inversamente proporzionali. In coordinate cartesiane la curva che si ottiene è un'iperbole equilatera, come quella mostrata nella figura 2.4, dove abbiamo scelto $a = 1$.

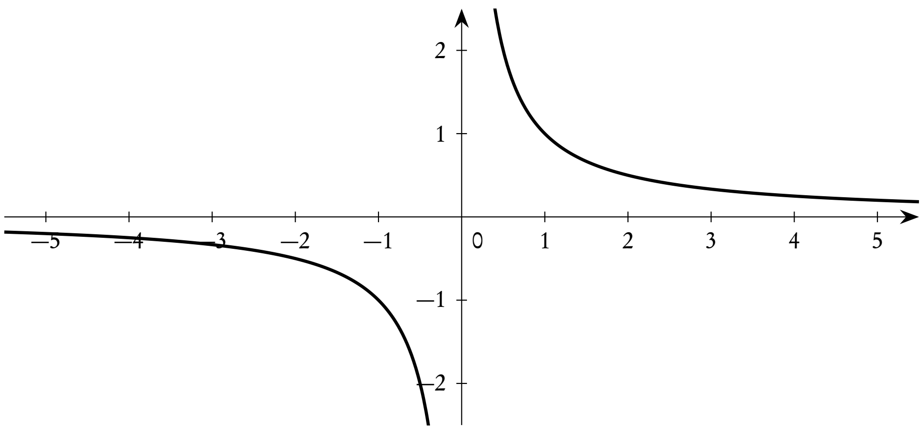



Figura 2.4.: *Proporzionalità inversa in coordinate cartesiane*

In coordinate polari si ottiene invece un nuovo tipo di spirale, con spire che si avvolgono attorno al polo, senza mai raggiungerlo. Si veda la figura 2.5, dove abbiamo sempre scelto $a = 1$.

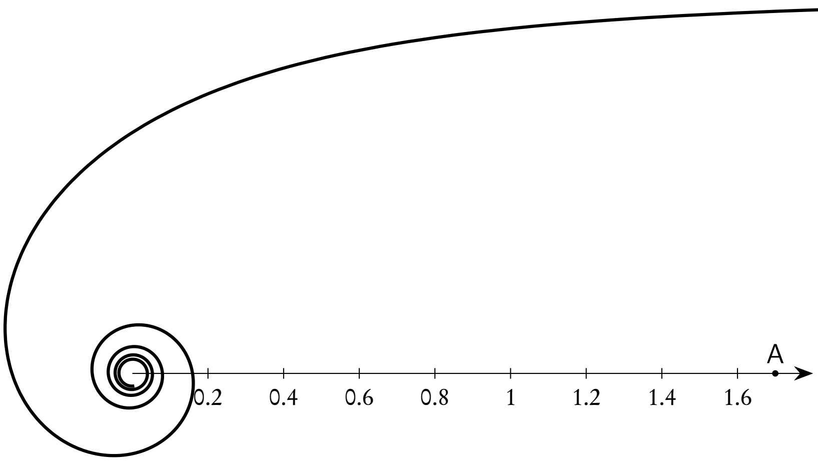



Figura 2.5.: *La spirale iperbolica*

## 2.3. Le spirali logaritmiche e la spirale aurea

Sono dette logaritmiche le spirali che hanno equazione

$$r = a\mathrm{e}^{k\vartheta},$$

dove “e” è il numero di Nepero ($\mathrm{e} \simeq 2.71828$). Si chiama logaritmica perché la formula precedente si può anche scrivere

$$\ln r = k\vartheta + b, \quad \text{ove} \quad b = \ln(a).$$

Si veda la figura 2.6, dove abbiamo scelto $a = 1$ e $k = 1/6$.

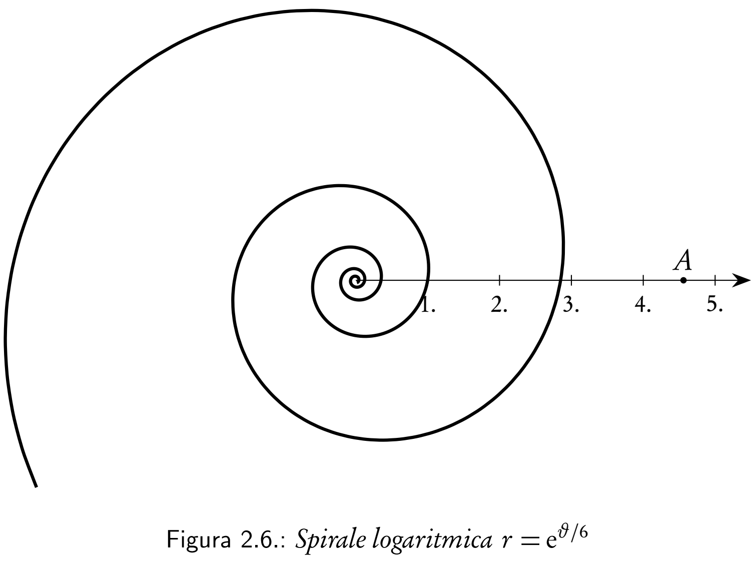



Figura 2.6.: *Spirale logaritmica* $r = \mathrm{e}^{\vartheta/6}$

Una importante proprietà delle spirali logaritmiche è il fatto che l'angolo che la spirale forma con le circonferenze centrate nell'origine è costante. Si veda la figura 2.7

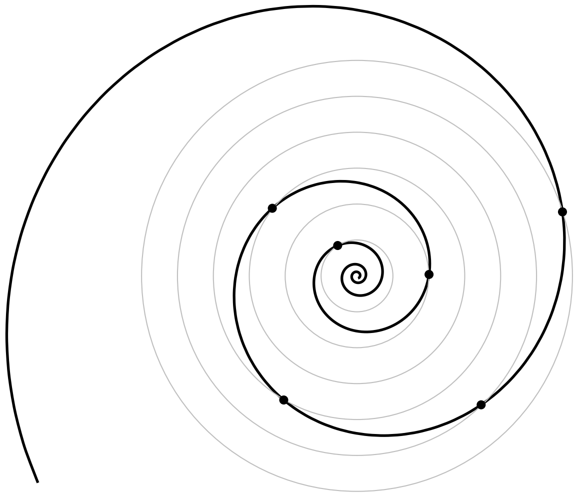


Figura 2.7.: *Proprietà delle spirali logaritmiche*

Tra le spirali logaritmiche ci interessa in modo particolare la *spirale aurea*, la cui equazione si può scrivere nella forma semplificata

$$r = a\varphi^{2\vartheta/\pi}.$$

Costruito un rettangolo aureo, e considerato come polo il punto O in cui convergono i successivi rettangoli derivati (l'Occhio di Dio di Pickover), scegliendo opportunamente il valore di $a$ si ottiene una spirale di questo tipo che passa per i punti A, B, C, ecc. mostrati nella figura 2.8. Essa non è però tangente esattamente ai lati dei successivi rettangoli, ma solo approssimativamente.

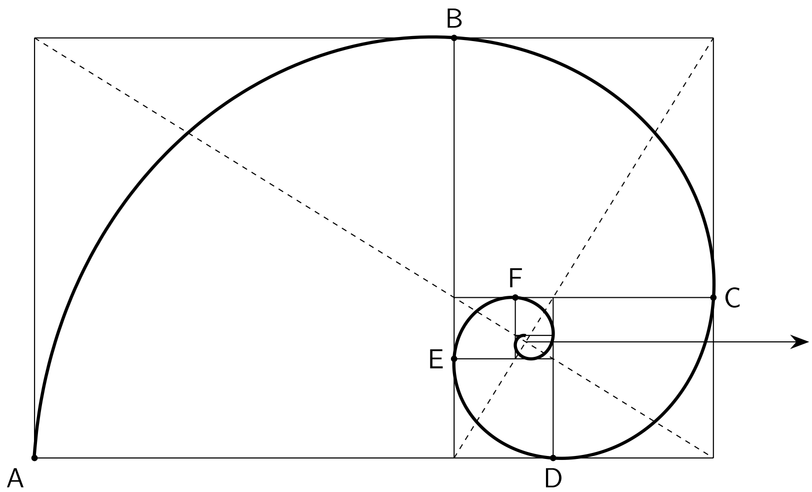



Figura 2.8.: *Spirale aurea e rettangolo aureo*

Si può approssimare molto bene questa spirale con una *pseudospirale* aurea costruendo dei quarti di cerchio successivamente, come indicato nella figura 2.9. Pur non essendo una spirale nel senso matematico del termine (in quanto non ha un'equazione polare del tipo indicato), ha il vantaggio di essere tangente ai lati dei successivi rettangoli aurei costruiti a partire dal rettangolo contenitore.

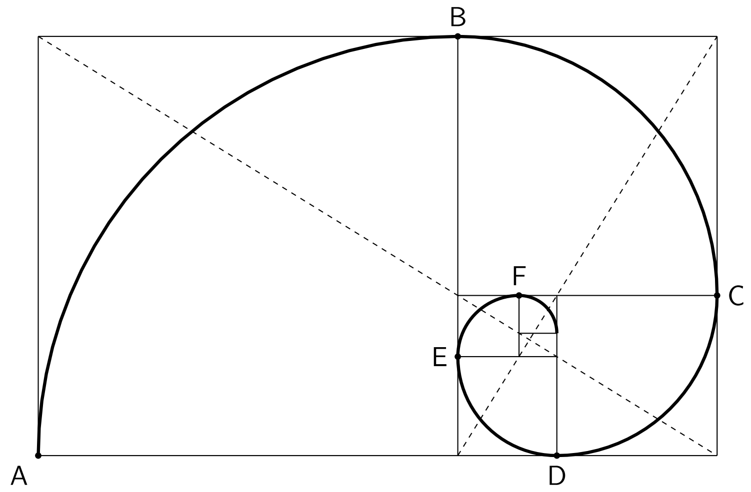



Figura 2.9.: *Pseudospirale aurea e rettangolo aureo*

La figura 2.10, dove abbiamo rappresentato entrambe le curve, evidenzia che l'approssimazione è ottima per le prime spire, e diventa via via meno buona successivamente.

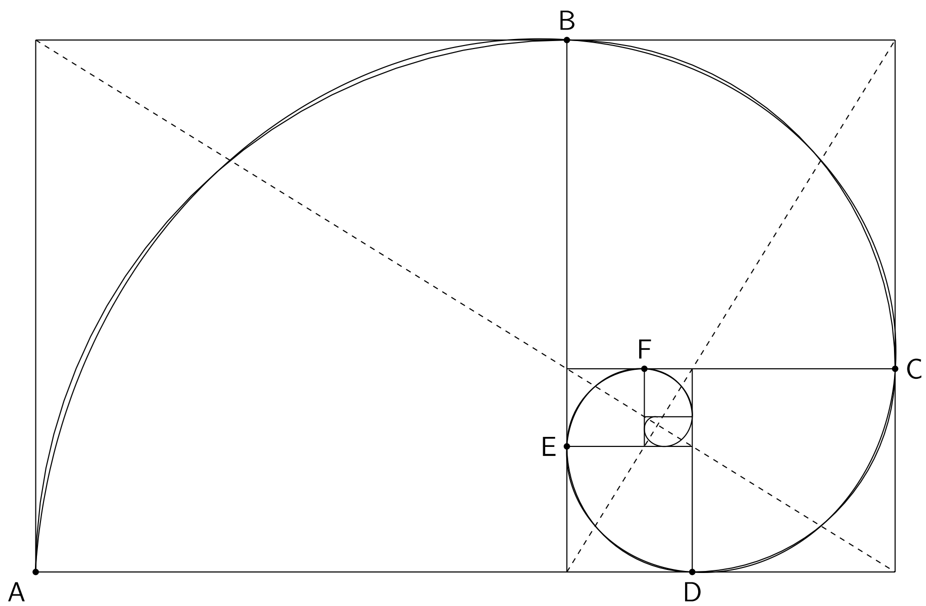



Figura 2.10.: *Confronto tra spirale e pseudospirale aurea nel rettangolo aureo*

Una diversa approssimazione della spirale aurea, questa volta collegata ai numeri di Fibonacci, si può costruire affiancando quadrati con i numeri di Fibonacci come lati, come di seguito indicato:

- si parte da un quadrato di lato 1, primo numero di Fibonacci;
- si dispone al di sotto un altro quadrato di lato 1, secondo numero di Fibonacci;
- si affianca a destra un quadrato di lato 2, terzo numero di Fibonacci;
- si affianca in alto un quadrato di lato 3, in prosecuzione con la serie di Fibonacci;
- si affianca a sinistra un quadrato di lato 5;
- si procede con lo stesso schema con i successivi numeri di Fibonacci, affiancando quadrati, nell'ordine, in basso, a destra, in alto, a sinistra.

Successivamente per ognuno dei quadrati si costruisce un arco di cerchio, come mostrato nella figura 2.11, dove ci siamo arrestati al quadrato di lato 13.

La curva spiraliforme che si ottiene è detta *Spirale di Fibonacci*. Come già detto è una buona approssimazione di una spirale logaritmica, ma non è una spirale logaritmica: si presti attenzione a questo fatto, in quanto molti testi e siti web dichiarano erroneamente che questa spirale, come quella che abbiamo chiamato pseudospirale aurea, sono spirali logaritmiche. La cosa è assolutamente impossibile, in quanto nessun arco di una spirale logaritmica coincide con un arco di cerchio.

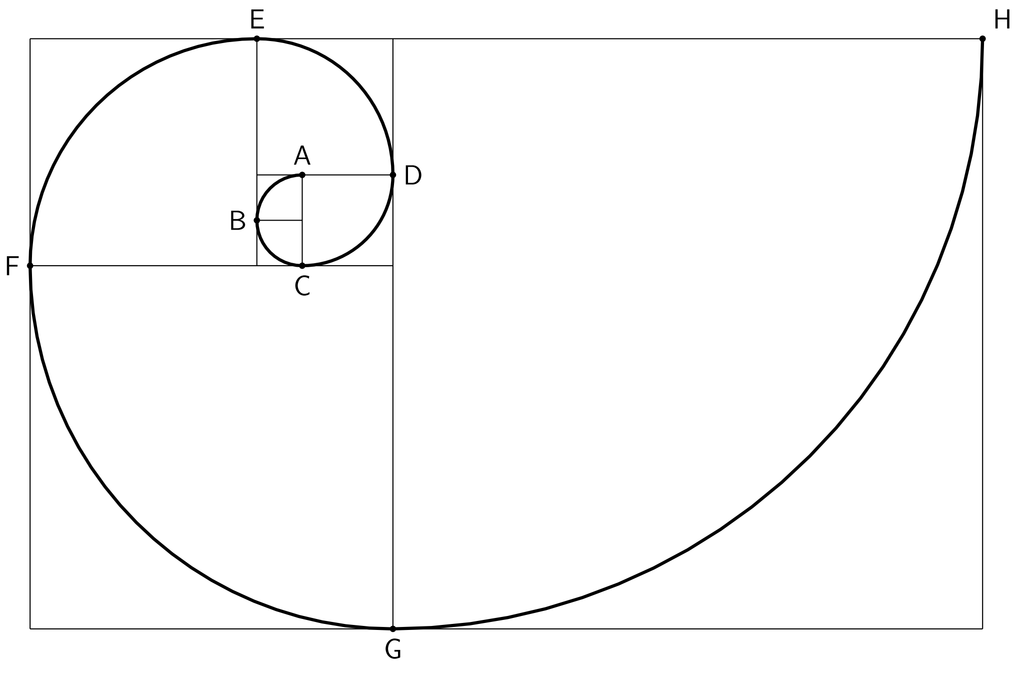



Figura 2.11.: *La spirale di Fibonacci*

## 2.4. Il lituus

Il lituus è la spirale di equazione polare

$$r = a\frac{1}{\sqrt{\vartheta}}.$$

Nella figura 2.12 abbiamo rappresentato un lituus con $a = 3$. Per utile confronto abbiamo anche visualizzato il sistema cartesiano associato a quello polare.

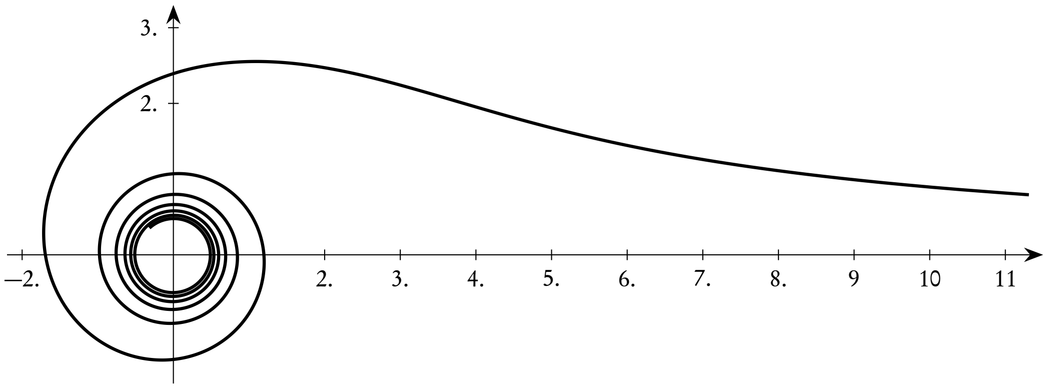



Figura 2.12.: *Il lituus*

## 2.5. La spirale di Cornu o clotoide

La scrittura esplicita di questa curva in coordinate polari è complessa in quanto contiene due integrali di Fresnel e ci limitiamo a proporne il grafico.

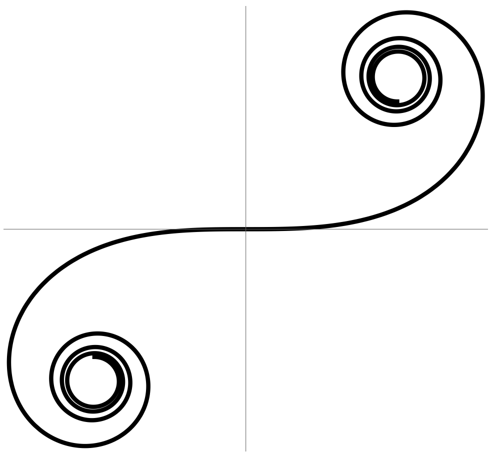


Figura 2.13.: *Una spirale di Cornu*

## 2.6. La spirale di Fermat

Concludiamo questa rassegna con la spirale di Fermat, costituita da due bracci che si sviluppano in direzioni opposte a partire dal polo, senza mai intersecarsi. Hanno equazione polare $r = \pm a\sqrt{\vartheta}$.

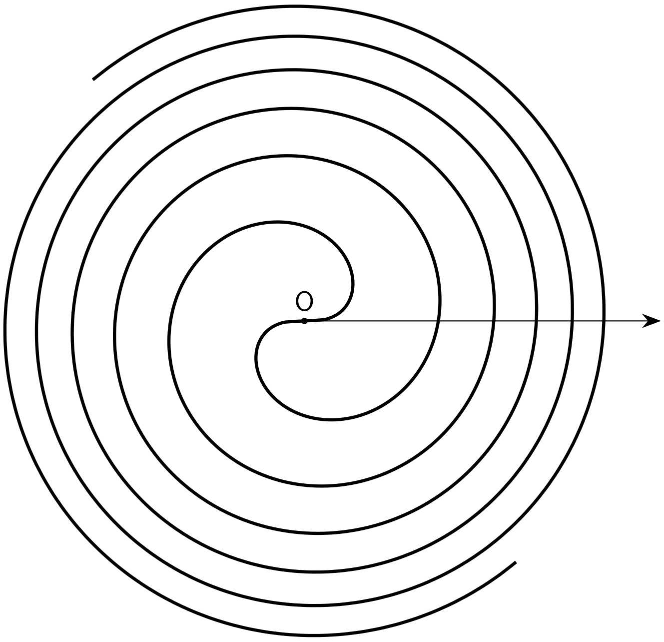



Figura 2.14.: *La spirale di Fermat*

# 3. Eliche ed elicoidi

Le eliche sono sostanzialmente spirali in tre dimensioni. Proponiamo tre esempi, uno di elica cilindrica, uno di elica conica e uno di una spirale su una sfera.

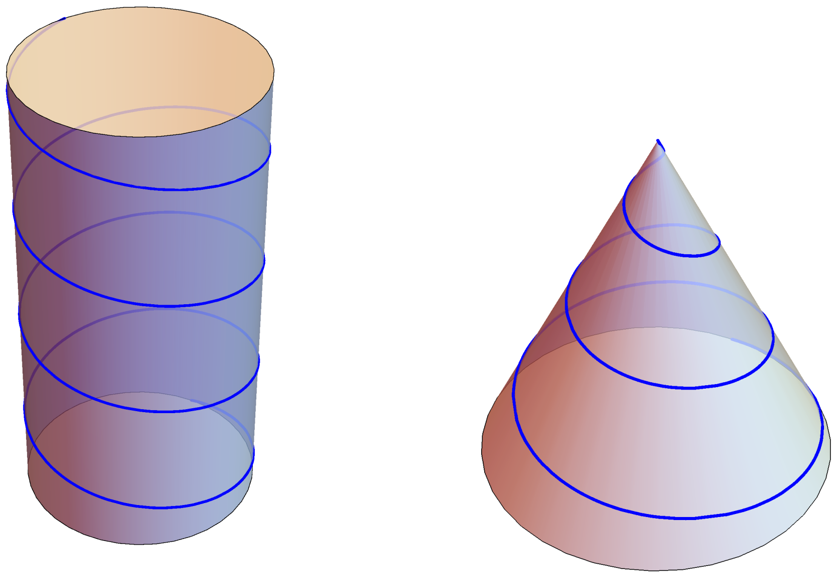


Figura 3.1.: *Un'elica cilindrica e un'elica conica*

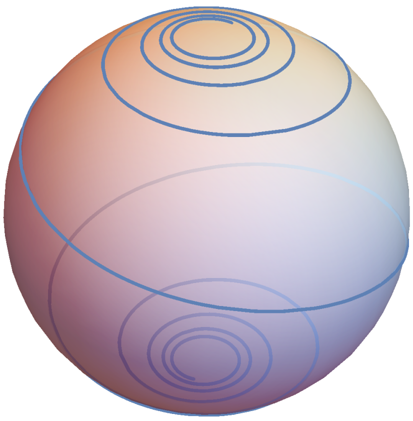


Figura 3.2.: *Una spirale sferica*

Le due figure che seguono mostrano due immagini, realizzate con *Mathematica*, cha hanno come supporto un'elica cilindrica e un'elica conica.

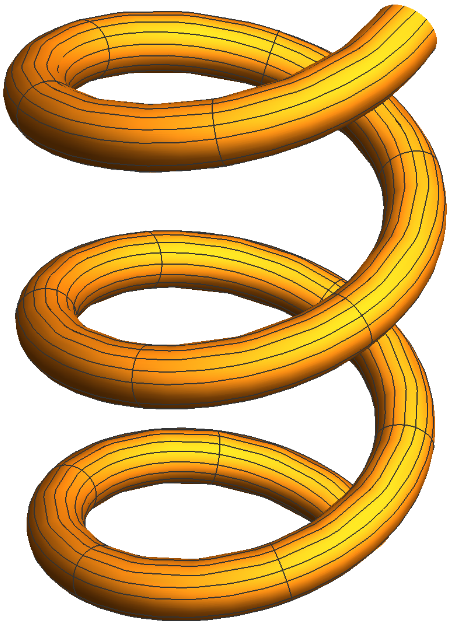


Figura 3.3.: *Figura costruita a partire da un'elica cilindrica*

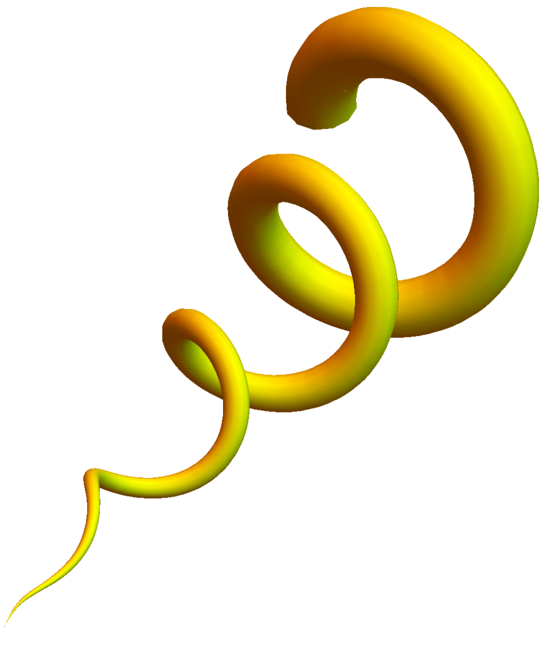


Figura 3.4.: *Figura costruita a partire da un'elica conica*

Un'elicoide è una superficie che rimane invariata rispetto agli avvitamenti attorno ad un'asse. Si estende poi questa definizione anche a comprendere situazioni come l'elicoide iperbolico visualizzato più avatnti.

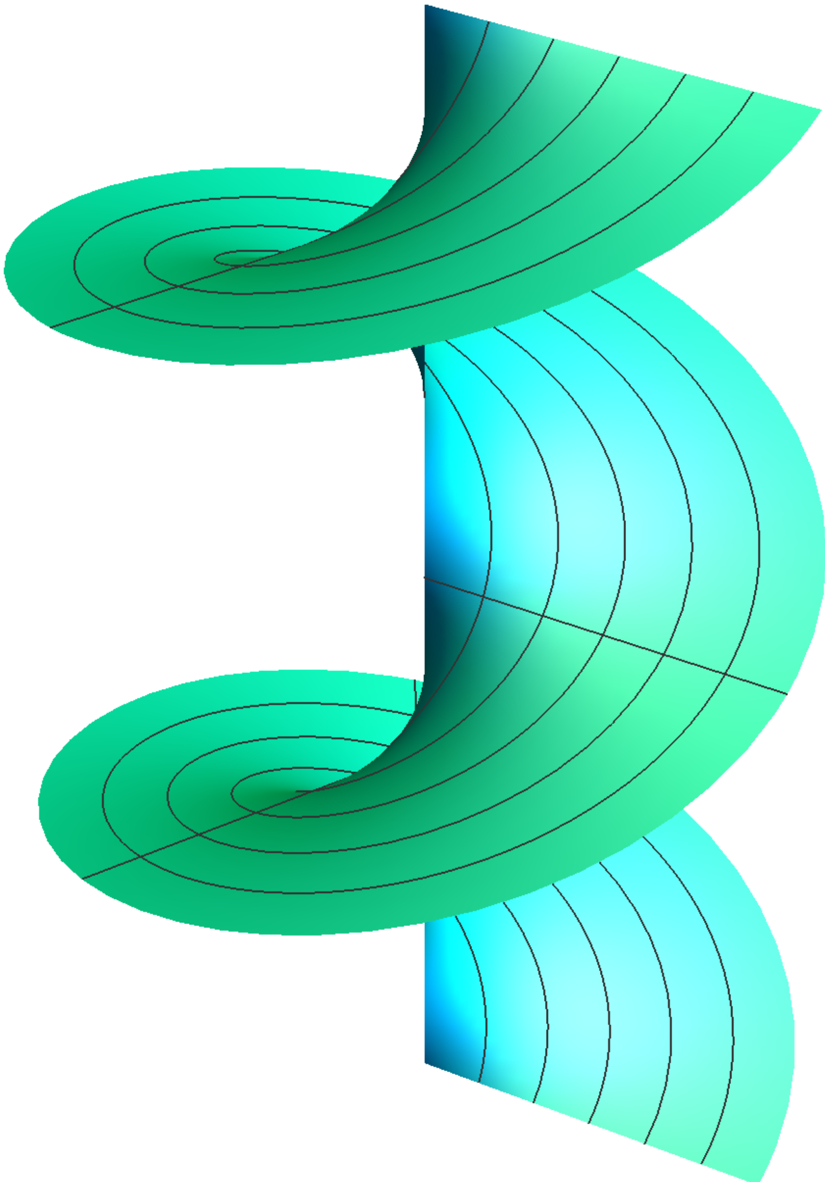


Figura 3.5.: *Elicoide circolare*

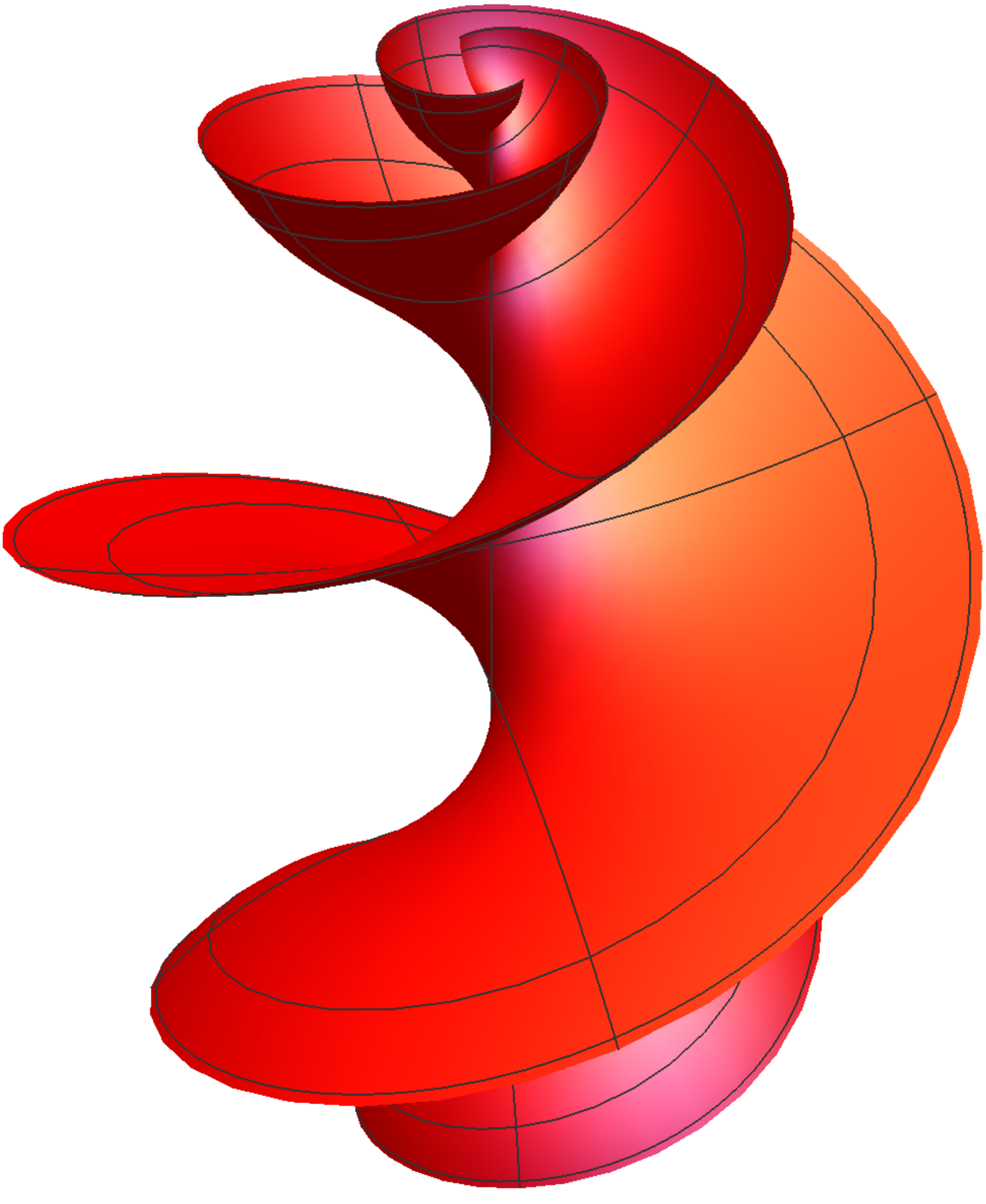


Figura 3.6.: *Elicoide iperbolico*

# A. Codici di alcune figure

In questa appendice proponiamo i codici di alcune figure per chi volesse sperimentarne la costruzione ed eventuali varianti usando *Mathematica*.

— La spirale di Archimede

```
PolarPlot[t,{t,0,12 Pi},Ticks->None,PlotStyle->{Blue},ImageSize->300,
 PlotLabel->Style[Framed[Archimede],16,Blue,Background->Lighter[Yellow]],
 PlotRange->All]
```

— Un'altra spirale archimedea

```
PolarPlot[t^2, {t, 0, 4 Pi}, Ticks -> None, PlotStyle -> {Blue},
 PlotRange -> All]
```

— Ancora un'altra spirale archimeda

```
PolarPlot[t^3, {t, 0, 3 Pi}, Ticks -> None, PlotStyle -> {Red},
 PlotRange -> All]
```

— La spirale iperbolica

```
PolarPlot[t^(-1), {t, 0.1, 3 Pi}, Ticks -> None, PlotStyle -> {Blue},
 ImageSize -> 300,  PlotLabel ->  Style[Framed[Iperbolica],
 16, Blue, Background -> Lighter[Yellow]]]
```

— La spirale di Fermat

```
PolarPlot[{t^(1/2),-t^(1/2)},{t,0.00001,6\[Pi]},Ticks->None,
 PlotStyle->{Green,Blue},ImageSize->300,PlotLabel->Style[Framed[Fermat],
 16,Blue,Background->Lighter[Yellow]]]
```

— Il lituus

```
PolarPlot[t^(-1/2), {t, .05, 100}, Ticks -> None,
 PlotRange -> {{-1, 5}, {-1, 1}}, PlotStyle -> Red, ImageSize -> 600,
 PlotLabel ->  Style[Framed[Lituus], 16, Blue,
 Background -> Lighter[Yellow]]]
```

— La spirale di Cornu

```
ParametricPlot[{FresnelC[t], FresnelS[t]}, {t, -4, 4}, Ticks -> None,
 AspectRatio -> Automatic, PlotStyle -> Red, ImageSize -> 200,
 PlotLabel ->  Style[Framed[Cornu], 16, Blue,
 Background -> Lighter[Yellow]]]
```

— La spirale logaritmica

```
PolarPlot[Exp[0.2 t], {t, 0, 8 Pi}, PlotStyle -> Red, Ticks -> None,
 PlotRange -> All, PlotLabel ->  Style[Framed[Logaritmica], 16, Blue,
 Background -> Lighter[Yellow]]]
```

— La spirale aurea

```
PolarPlot[GoldenRatio^(2 t/Pi), {t, 0, 8 Pi}, PlotStyle -> Red,
 Ticks -> None, PlotRange -> All, PlotLabel ->
  Style[Framed[Aurea], 16, Blue, Background -> Lighter[Yellow]]]
```

— Elica cilindrica

```
Show[
 Graphics3D[{Opacity[.8], Cylinder[{{0, 0, 0}, {0, 0, 4}}, 1]}],
 ParametricPlot3D[{Sin[t], Cos[t], t/6}, {t, 0, 24}, Ticks -> None,
 PlotStyle -> {Thick, Blue}], Axes -> False, Boxed -> False,
 PlotRange -> {{-1, 1}, {-1, 1}, {0, 4}}]
```

— Elica conica

```
zmax = 20; r = 1;
Show[Graphics3D[{Opacity[0.8], Cone[{{0, 0, 0}, {0, 0, 2}}, r]}],
 ParametricPlot3D[{r (zmax - z)/zmax Sin[z], r (zmax - z)/zmax Cos[z],
 2 z/zmax}, {z, 0, zmax}, PlotStyle -> {Thick, Blue}], Axes -> False,
 Boxed -> False, PlotRange -> {{-1, 1}, {-1, 1}, {0, 2.2}}]
```

— Spirale sferica

```
curve = With[{c = ArcTan[a t]},r {Cos[t]Cos[c],Sin[t]Cos[c],-Sin[c]}];
Block[{r=1,a=.2},Show[{ Graphics3D[{Opacity[.8], Sphere[{0, 0, 0}, r]}],
 ParametricPlot3D[curve,{t, -30, 30},PlotRange -> All]},Boxed -> False]]
```

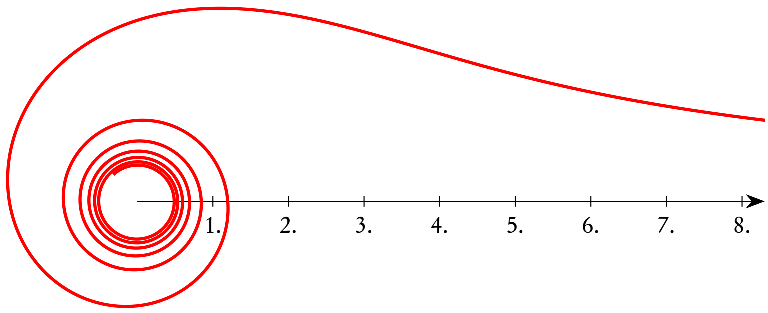
— Elicoide circolare

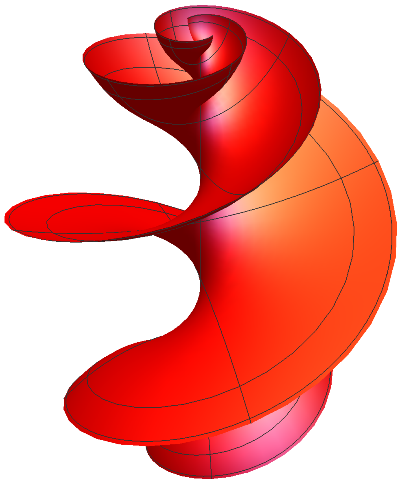
```
ParametricPlot3D[{u Cos[v], u Sin[v], 1.3 v/5}, {u, 0, 1}, {v, 0,
 4 Pi}, Mesh -> {5, 5}, PlotRange -> All,Boxed -> False,Axes -> False,
 PlotStyle -> Directive[Cyan Specularity[White, 10]],PlotPoints -> 100]
```

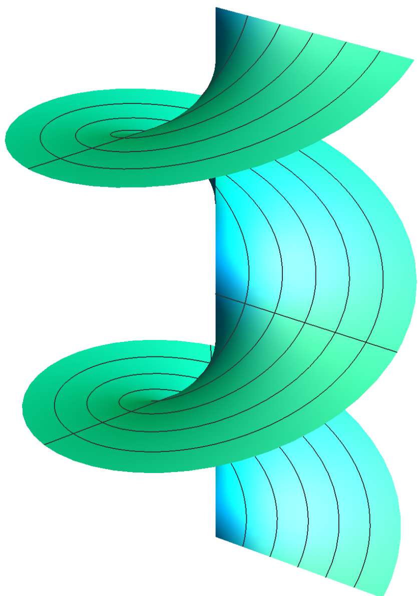
— Elicoide iperbolico

```
ParametricPlot3D[{Sinh[v] Cos[3 u]/(1 + Cosh[u] Cosh[v]),
 Sinh[v] Sin[3 u]/(1 + Cosh[u] Cosh[v]),
 1.3 Cosh[v] Sinh[u]/(1 + Cosh[u] Cosh[v])}, {u, -3, 3}, {v, -2 Pi,
 2 Pi}, Mesh -> {10, 5}, PlotRange -> All, Boxed -> False,
 Axes -> False, PlotStyle -> Directive[Red, Specularity[White, 10]],
 PlotPoints -> 100]
```

In ultima di copertina: *Lituus. Elicoide iperbolico. Elicoide circolare.*





Spirali, eliche, elicoidi
Appunti dalle lezioni del corso di Matematica per il Design per l'ISIA di Roma, sede di Pordenone

Luciano Battaia

`http://www.batmath.it`

Versione 1.0 del 3 marzo 2017

Questo fascicoletto è rivolto agli studenti del secondo anno del corso di Matematica per il Design dell'ISIA di Roma, Sede di Pordenone. Contiene solo un'integrazione al testo in uso e alcune immagini.

Luciano Battaia
Già docente di matematica e fisica presso il Liceo Scientifico Grigoletti di Pordenone. Già titolare di corsi di insegnamento e di corsi di esercitazioni di Matematica di Base, Analisi Matematica, Istituzioni di Analisi, Matematica Generale, Matematica e Statistica, Matematica e Biomatematica, Meccanica Razionale, Fisica Matematica, presso le Università di Padova, Trieste e Udine. Attualmente docente di Matematica presso l'Università Ca' Foscari di Venezia e di Matematica per il Design presso l'Istituto Superiore per le Industrie Artistiche di Roma, sede di Pordenone.