

LUCIANO BATTAIA

IMMAGINI DI POLIEDRI

Figure per il corso di Matematica per il Design - ISIA Pordenone

www.batmath.it

Immagini di Poliedri

Figure per il corso di Matematica per il Design - ISIA Pordenone

Luciano Battaia

<http://www.batmath.it>

Versione 1.0 del 13 novembre 2017

Vedi la Premessa per i crediti delle immagini non originali.

Quest'opera è soggetta alla Creative Commons Public License versione 4.0 o posteriore. L'enunciato integrale della Licenza in versione 4.0 è reperibile all'indirizzo internet <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.it>.

- Si è liberi di riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico, esporre in pubblico, rappresentare, eseguire e recitare quest'opera alle seguenti condizioni:

Attribuzione Devi attribuire adeguatamente la paternità sul materiale, fornire un link alla licenza e indicare se sono state effettuate modifiche. Puoi realizzare questi termini in qualsiasi maniera ragionevolmente possibile, ma non in modo tale da suggerire che il licenziante avalli te o il modo in cui usi il materiale.

Non commerciale Non puoi usare il materiale per scopi commerciali.

Non opere derivate Se remixi, trasformi il materiale o ti basi su di esso, non puoi distribuire il materiale così modificato.

- Ogni volta che si usa o si distribuisce quest'opera, lo si deve fare secondo i termini di questa licenza, che va comunicata con chiarezza.
- In ogni caso si possono concordare con il titolare dei diritti d'autore usi di quest'opera in deroga da questa licenza.

Mi piace guardare alla matematica più come un'arte che come una scienza, perché l'attività dei matematici, che creano costantemente, è guidata ma non controllata dal mondo esterno dei sensi; quindi assomiglia, io credo, in realtà all'attività di un artista, di un pittore. Proprio come non si può essere pittore senza una certa tecnica, così non si può essere un matematico senza il potere della ragione accuratamente giunto a un certo punto. Tuttavia queste qualità, fondamentali, non fanno un pittore o un matematico degno di questo nome, né in verità sono i fattori più importanti. Altre qualità di una specie più sottile, alla cui vetta vi è in entrambi i casi l'immaginazione, creano un buon artista o un buon matematico.

Bocher, Bulletin of the American Mathematical Society, 11, 1904

La bellezza è un fattore matematico. In un viso ad esempio è tutta una questione di distanza fra occhi, lunghezza di naso: la bellezza è matematica pura. Le proporzioni sono tutto. Guardate San Pietro, il colonnato, le finestre: è tutta una questione di proporzioni.

Giorgietto Giugiaro, Intervista a Repubblica, 9 novembre 2013

Indice

Premessa [vii](#)

1	I poliedri di Archimede	1
1.1	Troncatura debole o forte ai vertici	2
1.1.1	Il tetraedro troncato	2
1.1.2	Il cubo troncato e il cubottaedro	3
1.1.3	L'ottaedro troncato e il cubottaedro	4
1.1.4	Il dodecaedro troncato e l'icosidodecaedro	5
1.1.5	L'icosaedro troncato e l'icosidodecaedro	6
1.2	Troncatura ai lati e ai vertici	7
1.2.1	Il rombicubottaedro	7
1.2.2	Il rombicosidodecaedro	8
1.3	Troncatura ai lati e forte troncatura ai vertici	9
1.3.1	Il cubottaedro troncato a partire dal cubo	9
1.3.2	Il cubottaedro troncato a partire dall'ottaedro	10
1.3.3	L'icosidodecaedro troncato a partire dal dodecaedro	11
1.3.4	L'icosidodecaedro troncato a partire dall'icosaedro	12
1.3.5	Troncature deboli del cubottaedro e dell'icosidodecaedro	13
1.4	Levigatura o addolcimento	14
1.4.1	Il cubo o ottaedro camuso	14
1.4.2	Il dodecaedro o icosaedro camuso	15
1.5	L'icosaedro troncato e il pallone da calcio	16
1.6	Alcuni solidi "quasi archimedei"	19
1.6.1	Cubottaedro e Ortobicupola triangolare (J27)	19
1.6.2	Rombicubottaedro e Girobicupola quadrata elongata (J37)	20
1.6.3	Icosidodecaedro e Ortobirotonda pentagonale (J34)	21
1.6.4	Rombicosidodecaedro e Rombicosidodecaedro girato (J72)	22
1.6.5	Rombicosidodecaedro e Rombicosidodecaedro parabigirato (J73)	23
1.6.6	Rombicosidodecaedro e Rombicosidodecaedro metabigirato (J74)	24
1.6.7	Rombicosidodecaedro e Rombicosidodecaedro tririgato (J75)	25
2	Il metodo di espansione	27
2.1	Espansione degli spigoli	27
2.1.1	Dal tetraedro al tetraedro troncato	27

- 2.1.2 Dal cubo al cubo troncato 28
- 2.2 Espansione delle facce 29
 - 2.2.1 Dal cubo al rombicubottaedro 29
 - 2.2.2 Dall'ottaedro al rombicubottaedro 30
 - 2.2.3 Dal dodecaedro al rombicosidodecaedro 31
 - 2.2.4 Dall'icosaedro al rombicosidodecaedro 32
- 3 Poliedri di Archimede e Tetraedro Circoscritto 33
- 4 I solidi di Catalan 47
 - 4.1 Tetraedro troncato e triacistetraedro 47
 - 4.2 Cubo troncato e triacisottaedro 48
 - 4.3 Ottaedro troncato e tetracisesaedro 49
 - 4.4 Dodecaedro troncato e triacisicosaedro 50
 - 4.5 Icosaedro troncato e pentacisdodecaedro 51
 - 4.6 Cubottaedro e dodecaedro rombico 52
 - 4.7 Icosidodecaedro e triacontaedro rombico 53
 - 4.8 Rombicubottaedro e icositetraedro trapezoidale 54
 - 4.9 Rombicosidodecaedro e esacontaedro trapezoidale 55
 - 4.10 Cubottaedro troncato e esacisottaedro 56
 - 4.11 Icosidodecaedro troncato e esacisicosaedro 57
 - 4.12 Cubo camuso e icositetraedro pentagonale 58
 - 4.13 Dodecaedro camuso e esacontaedro pentagonale 59
- 5 Solidi di Keplero-Poinsot 61
 - 5.1 Il grande dodecaedro 61
 - 5.2 Il grande icosaedro 62
 - 5.3 Il piccolo dodecaedro stellato 63
 - 5.4 Il grande dodecaedro stellato 64
- 6 I deltaedri 65
 - 6.1 Il tetraedro regolare 65
 - 6.2 La dipiramide triangolare - J12 66
 - 6.3 L'ottaedro regolare 67
 - 6.4 La dipiramide pentagonale - J13 68
 - 6.5 Il disfenoide camuso - J84 69
 - 6.6 Il prisma triangolare triaumentato - J51 70
 - 6.7 La dipiramide quadrata giroelongata - J17 71
 - 6.8 L'icosaedro regolare 72

Premessa

Questo fascicolo contiene alcune figure utilizzate per le lezioni del corso di Matematica per il Design tenuto per l'ISIA di Roma, sede distaccata di Pordenone, nell'A.A.2017-2018.

Tranne pochissime eccezioni non sono presenti commenti, e spesso nemmeno le didascalie delle immagini.

Il fascicolo è da considerare solo un supporto grafico alle lezioni.

Fonti delle immagini:

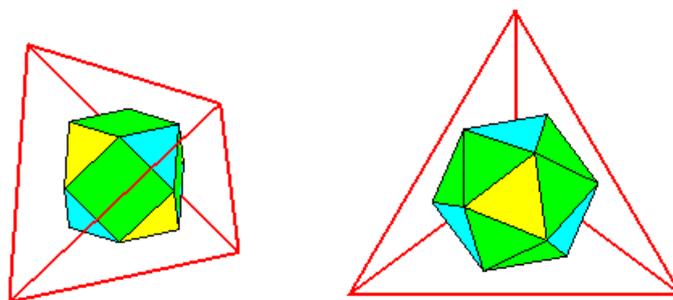
- screen shots da http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/index.php di Geneviève Tulloue, dove si possono vedere le splendide animazioni complete dei poliedri di Platone e Archimede, nonché numerose altre animazioni riguardanti la matematica e la fisica;
- immagini ottenute mediante il programma *Great Stella*, versione 5.4, di Robert Webb; tutte le informazioni si possono trovare al link <http://www.software3d.com/>;
- screen shots da <http://www.mathcurve.com/> uno splendido sito dove trovare moltissime notizie, figure, animazioni, su svariati campi in matematica;
- figure ottenute mediante esportazione e successiva elaborazione di codice Tikz per \LaTeX da Geogebra (in particolare tutte le immagini pdf sono ottenute con questo metodo).

1 I poliedri di Archimede

I poliedri di Archimede si possono ricavare in vario modo a partire dai poliedri di Platone. Di seguito presenteremo, solo attraverso immagini, il metodo delle troncature, deboli o forti ai vertici, ai lati e ai vertici, ai lati e forti ai vertici.

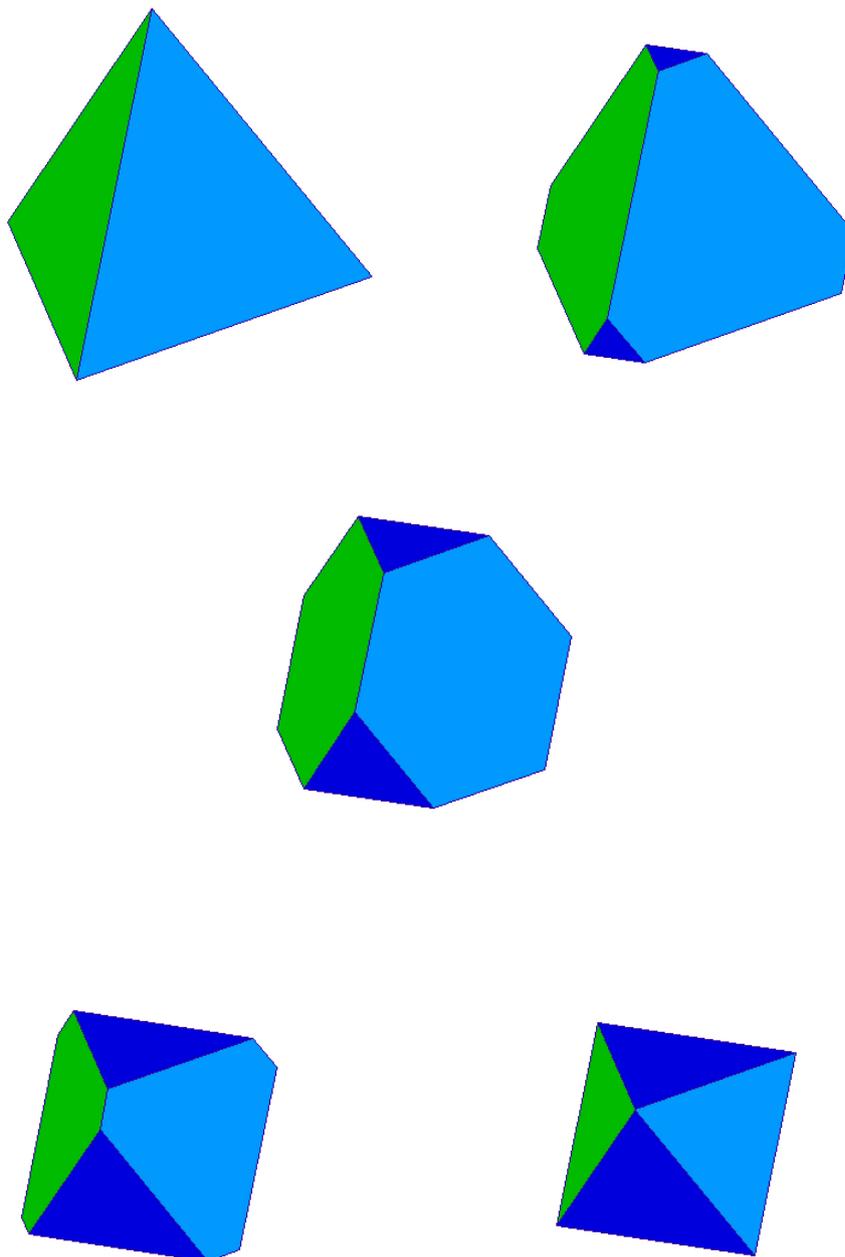
1. Troncatura ai vertici.
 - a) Tetraedro \leftrightarrow tetraedro troncato \leftrightarrow ottaedro.
 - b) Cubo \leftrightarrow cubo troncato \leftrightarrow cubottaedro.
 - c) Ottaedro \leftrightarrow ottaedro troncato \leftrightarrow cubottaedro.
 - d) Dodecaedro \leftrightarrow dodecaedro troncato \leftrightarrow icosidodecaedro.
 - e) Icosaedro \leftrightarrow icosaedro troncato \leftrightarrow icosidodecaedro.
2. Troncatura ai lati e vertici.
 - a) Cubo \leftrightarrow rombicubottaedro \leftrightarrow ottaedro.
 - b) Dodecaedro \leftrightarrow rombicosidodecaedro \leftrightarrow icosaedro.
3. Troncatura ai lati e forte ai vertici.
 - a) Cubo \leftrightarrow cubottaedro troncato \leftrightarrow ottaedro troncato.
Ottaedro \leftrightarrow cubottaedro troncato \leftrightarrow cubo troncato.
 - b) Dodecaedro \leftrightarrow icosidodecaedro troncato \leftrightarrow icosaedro troncato.
Icosaedro \leftrightarrow icosidodecaedro troncato \leftrightarrow dodecaedro troncato.
4. Levigatura o addolcimento.
 - a) Cubo \leftrightarrow cubo o ottaedro camuso \leftrightarrow ottaedro.
 - b) Dodecaedro \leftrightarrow dodecaedro o icosaedro camuso \leftrightarrow icosaedro.

Il metodo delle troncature può essere applicato anche in situazioni diverse da quelle che abbiamo elencato e che considereremo nelle pagine successive. Per esempio dal tetraedro per troncatura ai vertici e lati si ottiene il cubottaedro mentre per levigatura si ottiene l'icosaedro, come mostrato nelle due figure seguenti.

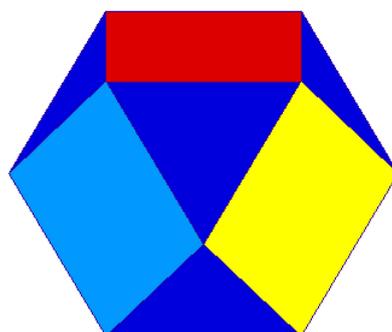
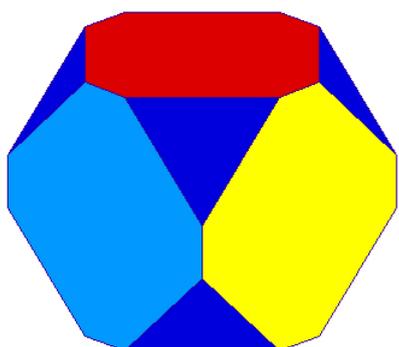
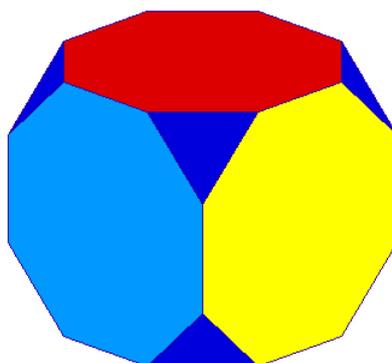
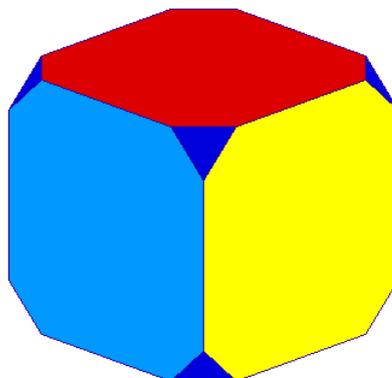
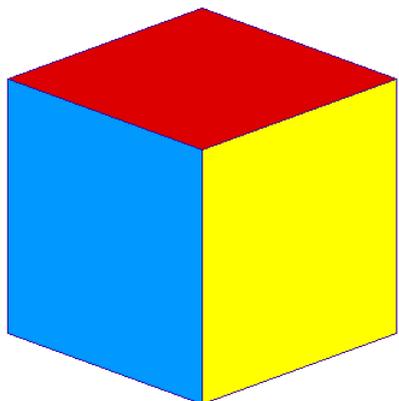


1.1 Troncatura debole o forte ai vertici

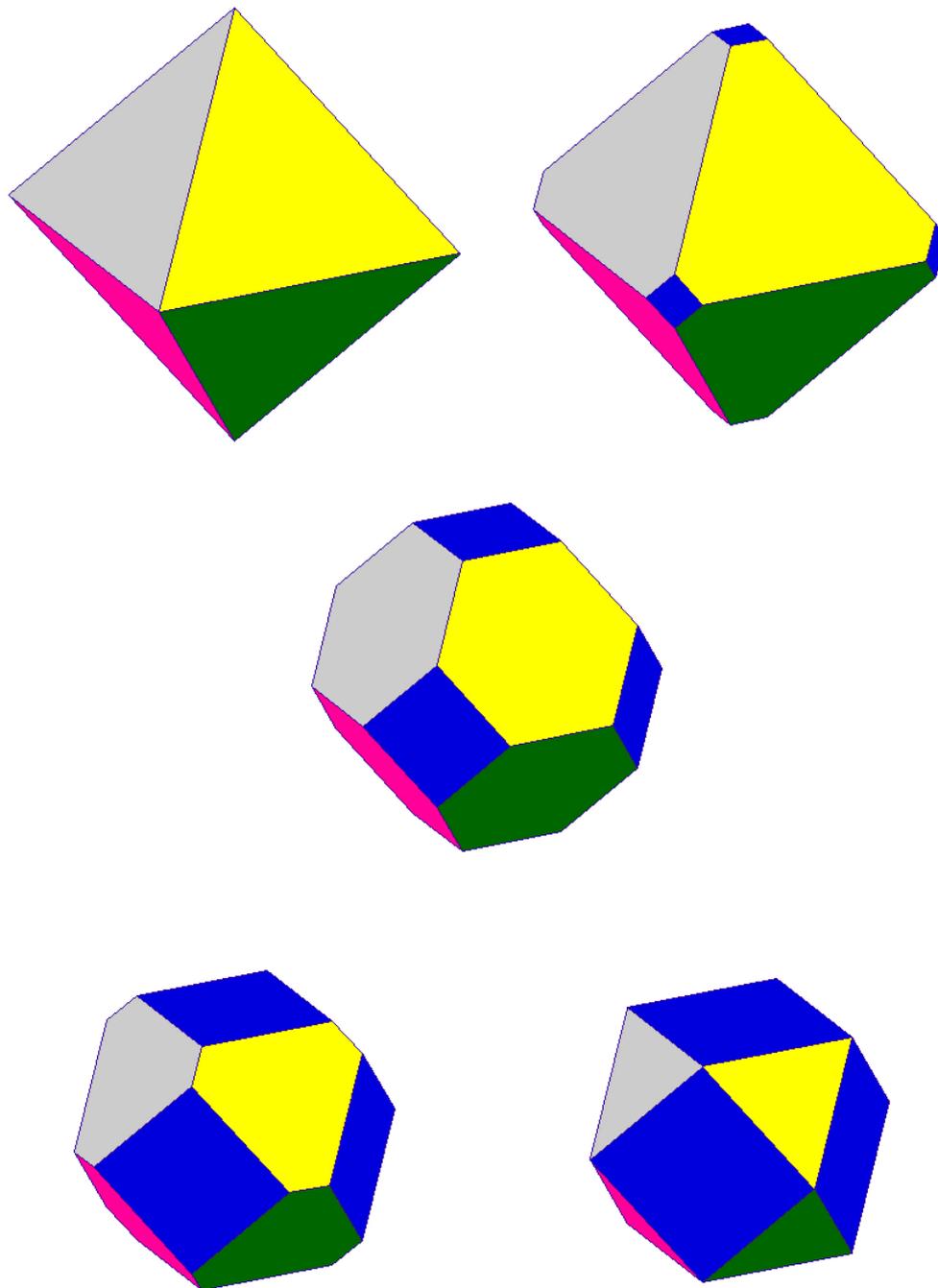
1.1.1 Il tetraedro troncato



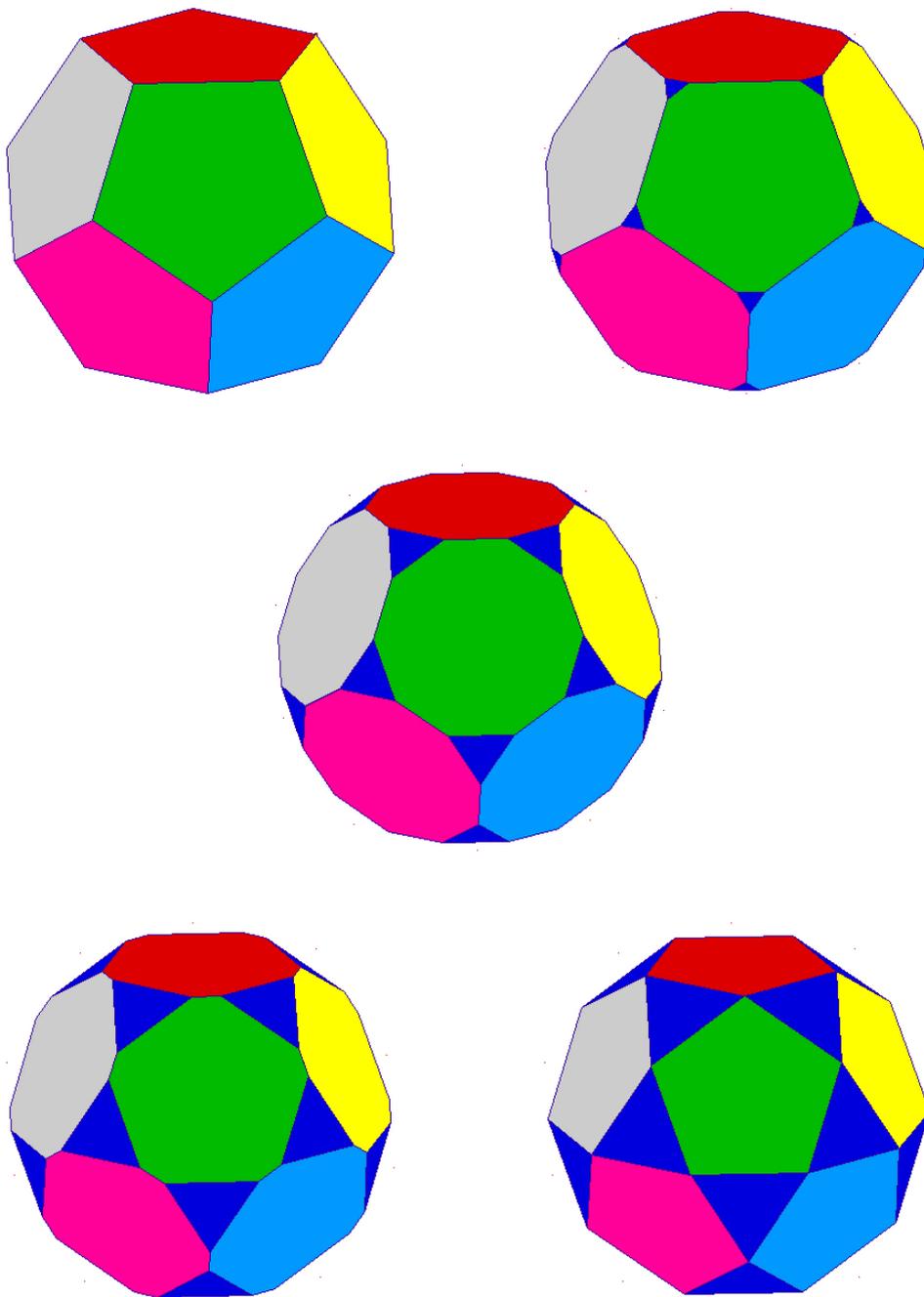
1.1.2 Il cubo troncato e il cubottaedro



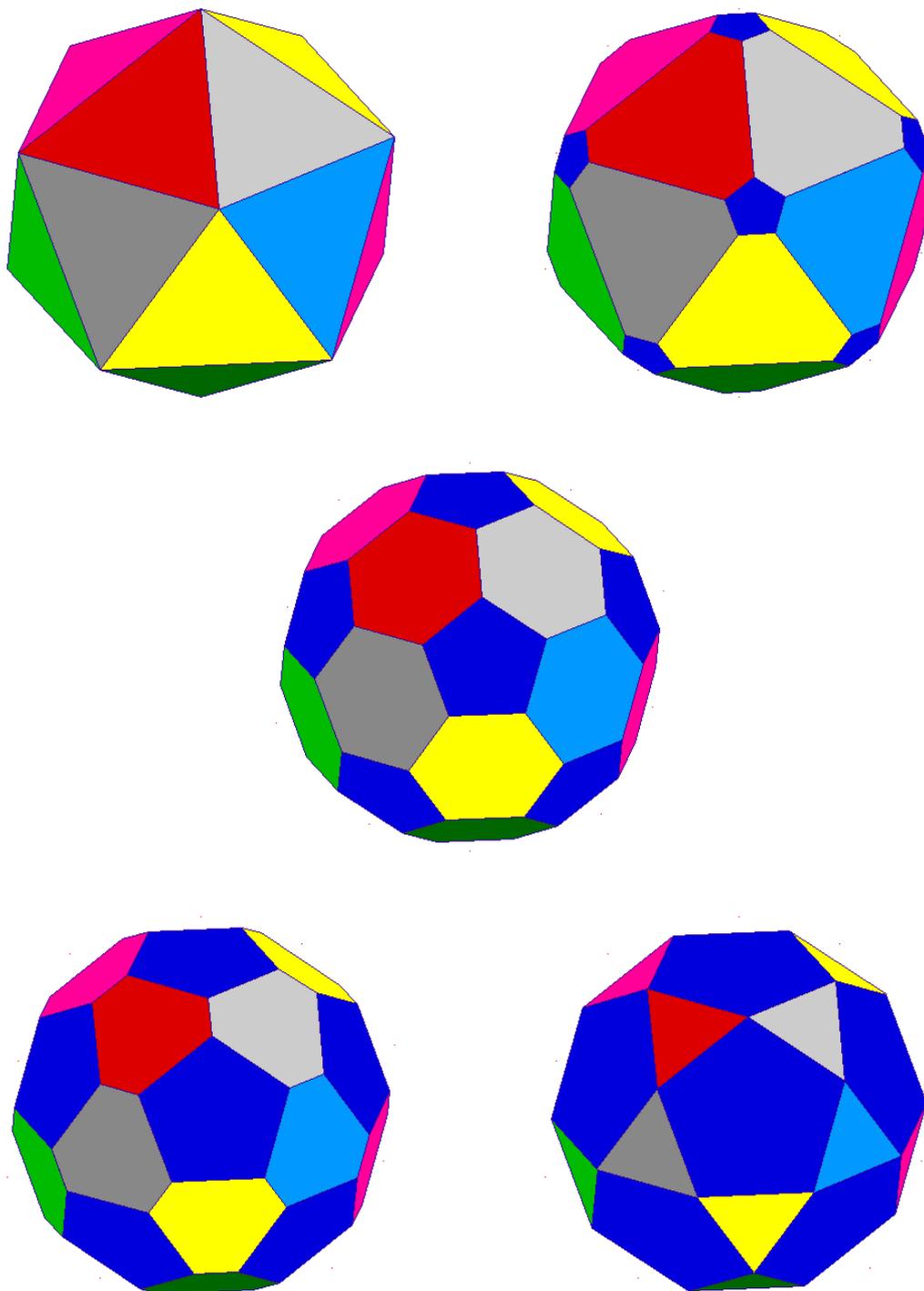
1.1.3 L'ottaedro troncato e il cubottaedro



1.1.4 Il dodecaedro troncato e l'icosidodecaedro

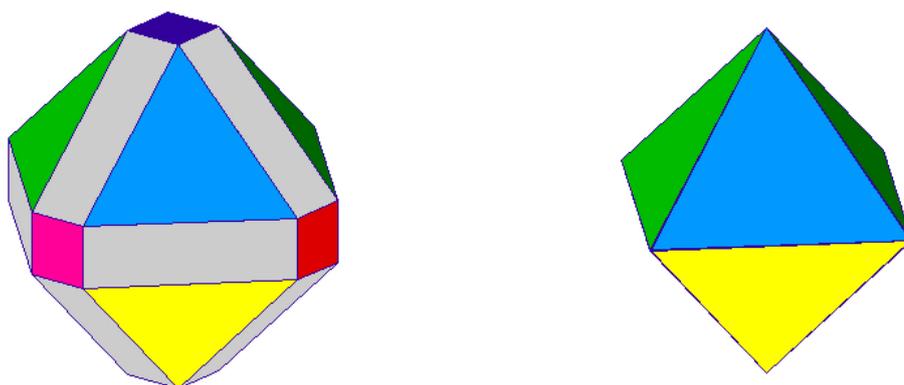
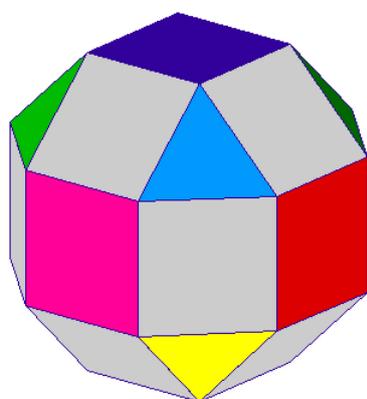
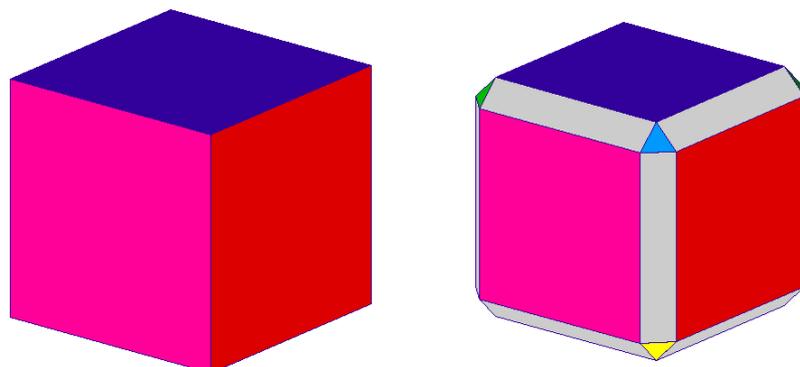


1.1.5 L'icosaedro troncato e l'icosidodecaedro

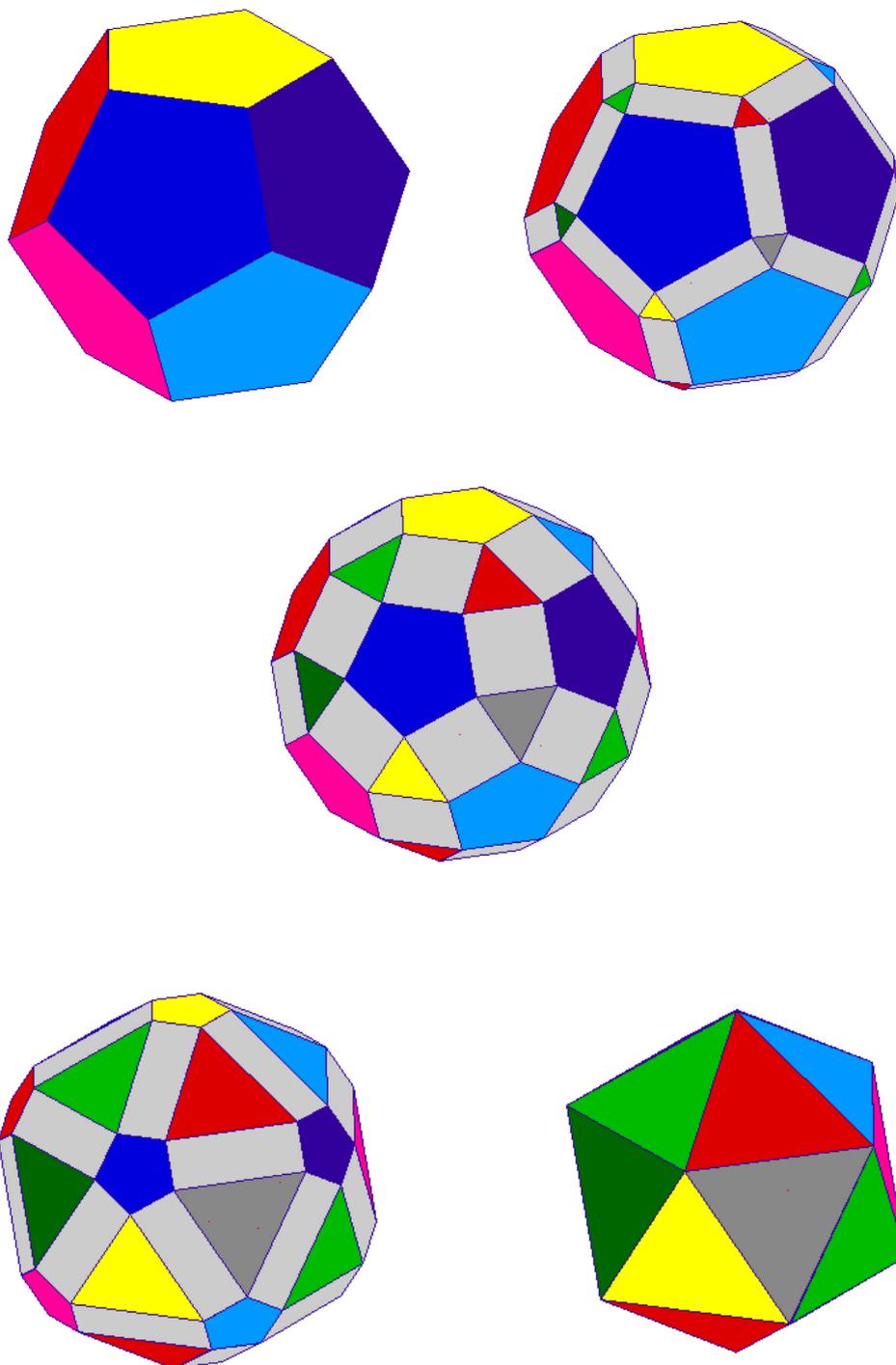


1.2 Troncatura ai lati e ai vertici

1.2.1 Il rombicubottaedro

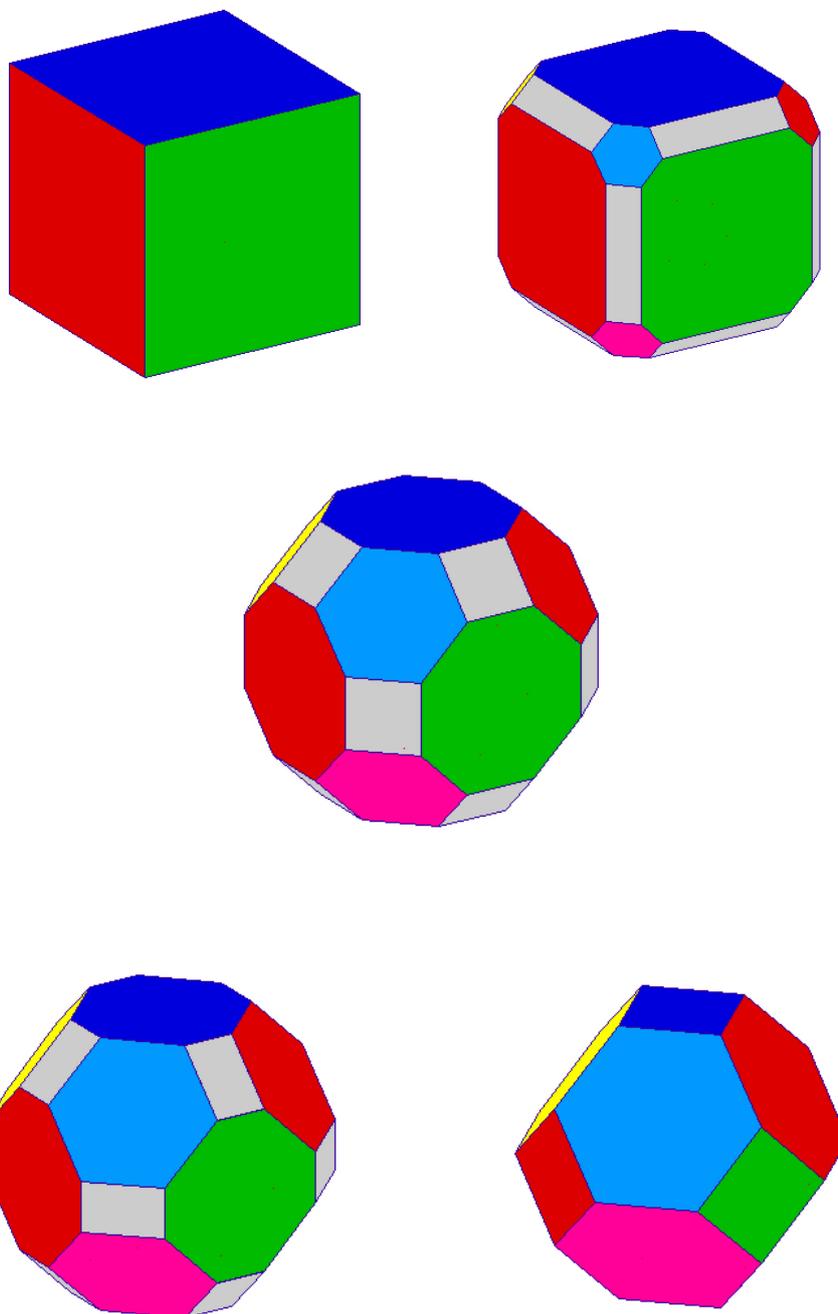


1.2.2 Il rombicosidodecaedro

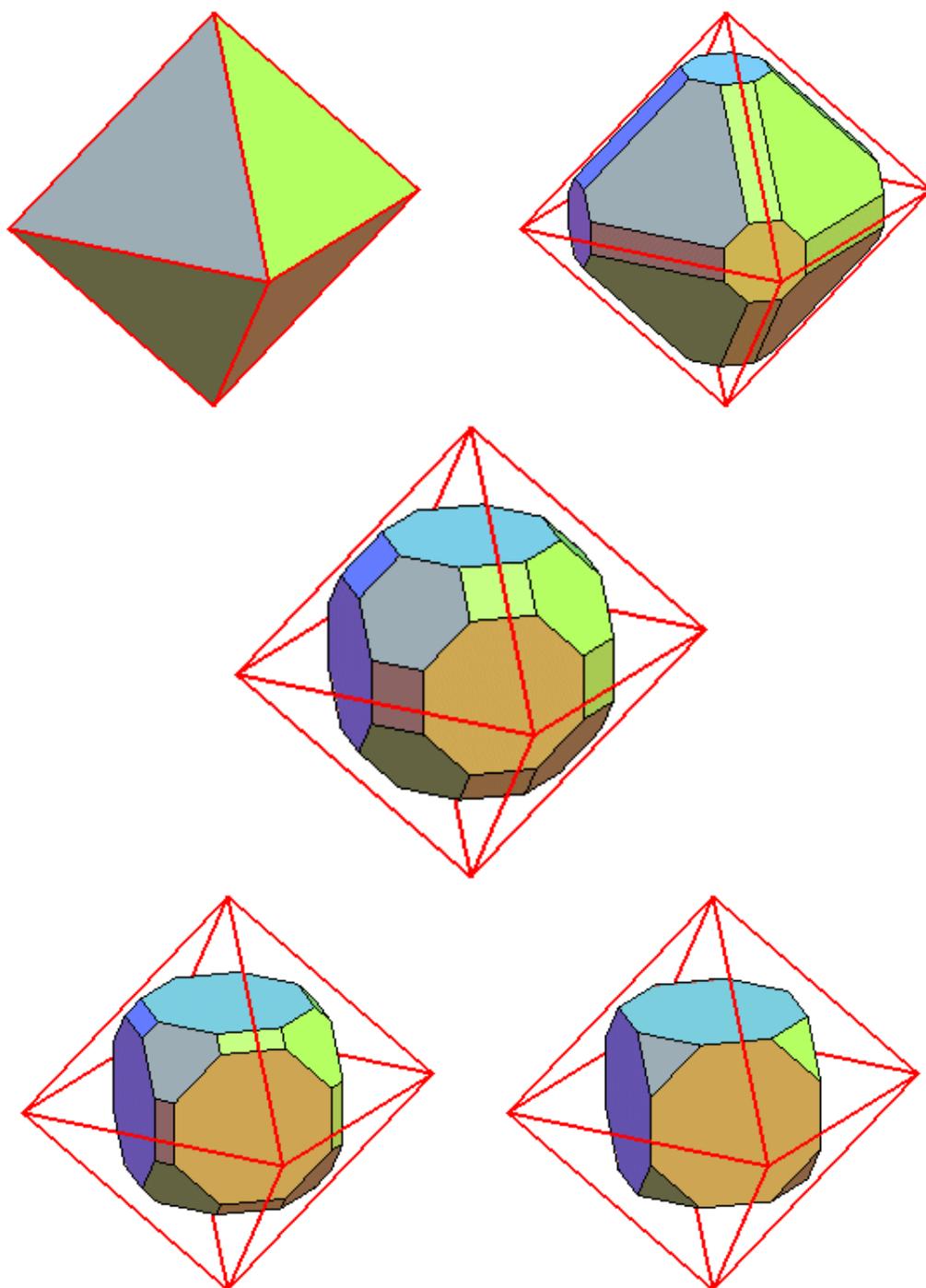


1.3 Troncatura ai lati e forte troncatura ai vertici

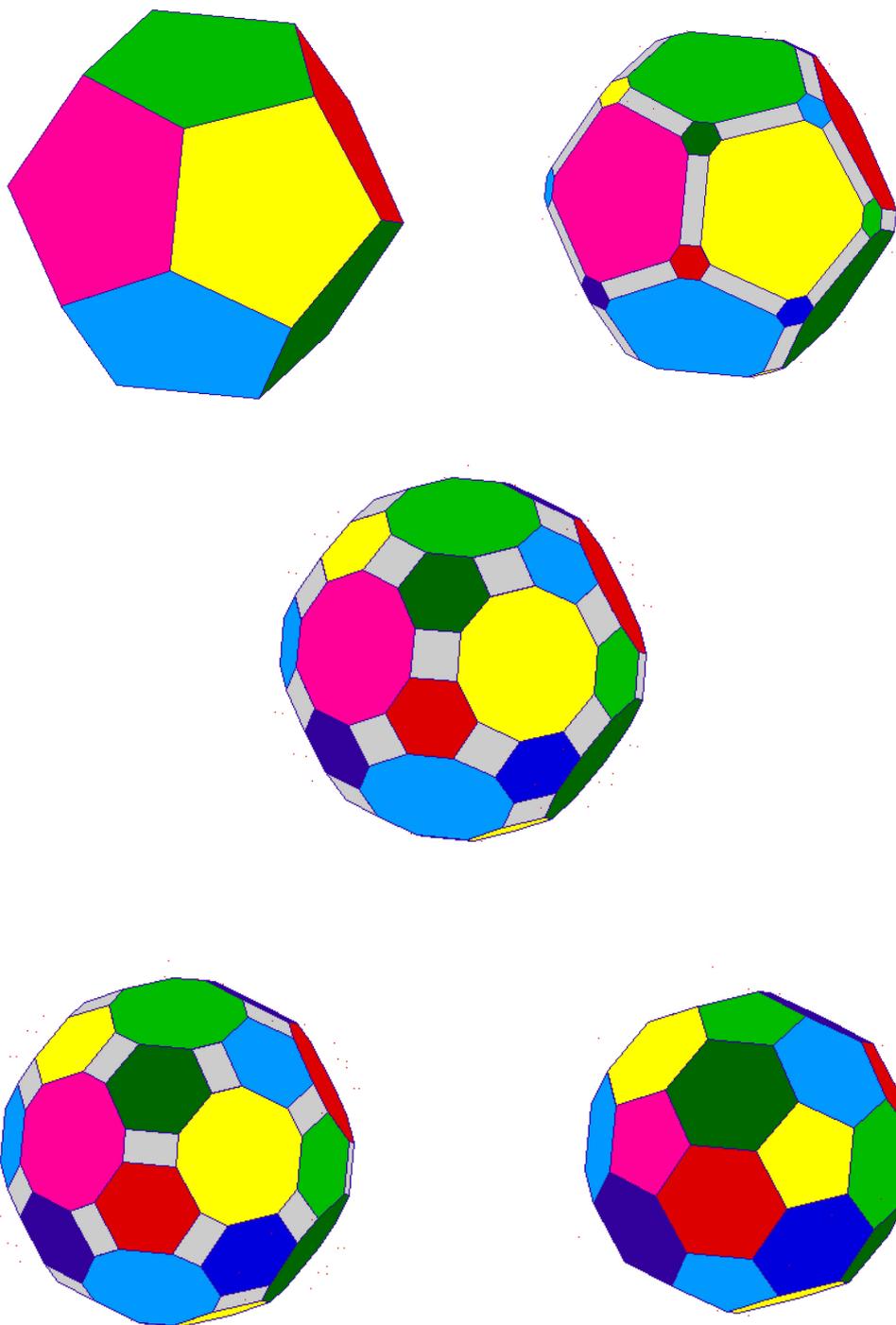
1.3.1 Il cubottaedro troncato a partire dal cubo



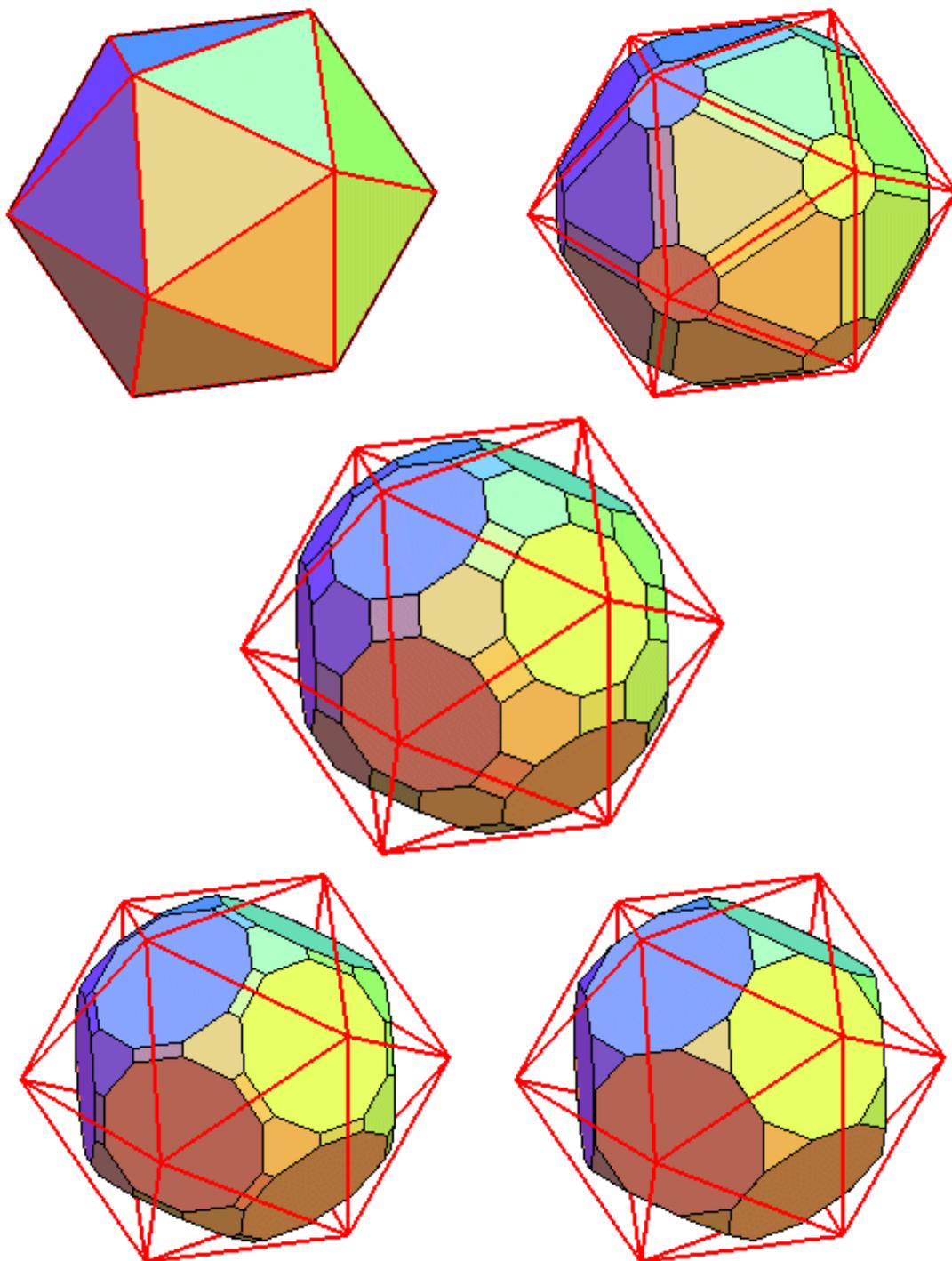
1.3.2 Il cubottaedro troncato a partire dall'ottaedro



1.3.3 L'icosidodecaedro troncato a partire dal dodecaedro

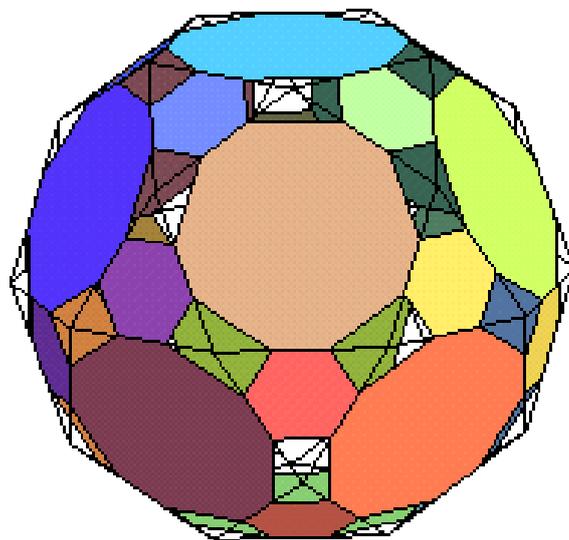
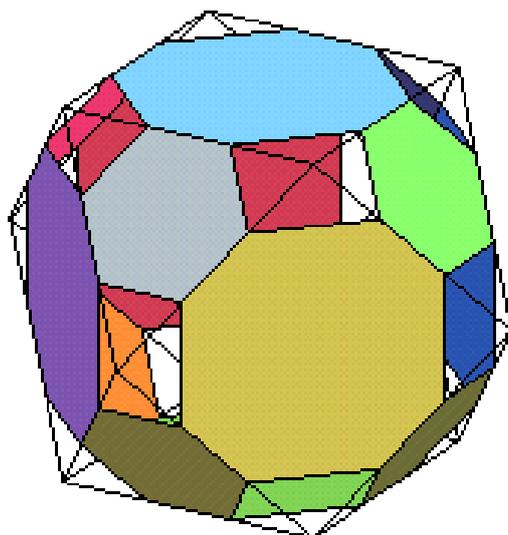


1.3.4 L'icosidodecaedro troncato a partire dall'icosaedro



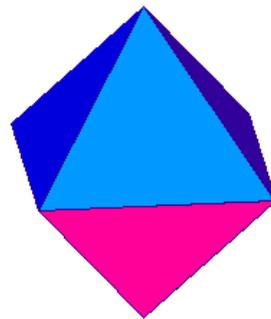
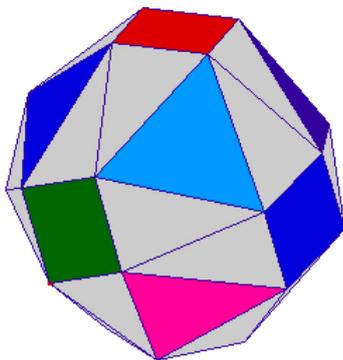
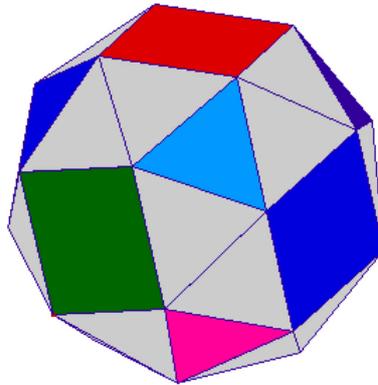
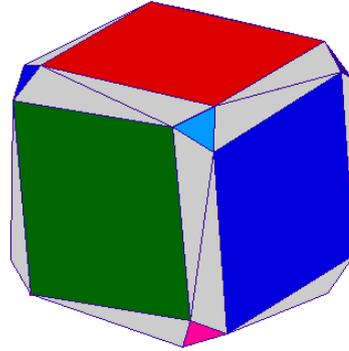
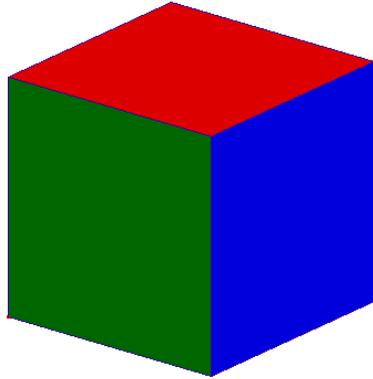
1.3.5 Troncature deboli del cubottaedro e dell'icosidodecaedro

Non si ottengono solidi semiregolari di Archimede. In effetti, a causa di questo fatto, i nomi “cubottaedro troncato” e “icosidodecaedro troncato” sono un po' fuorvianti

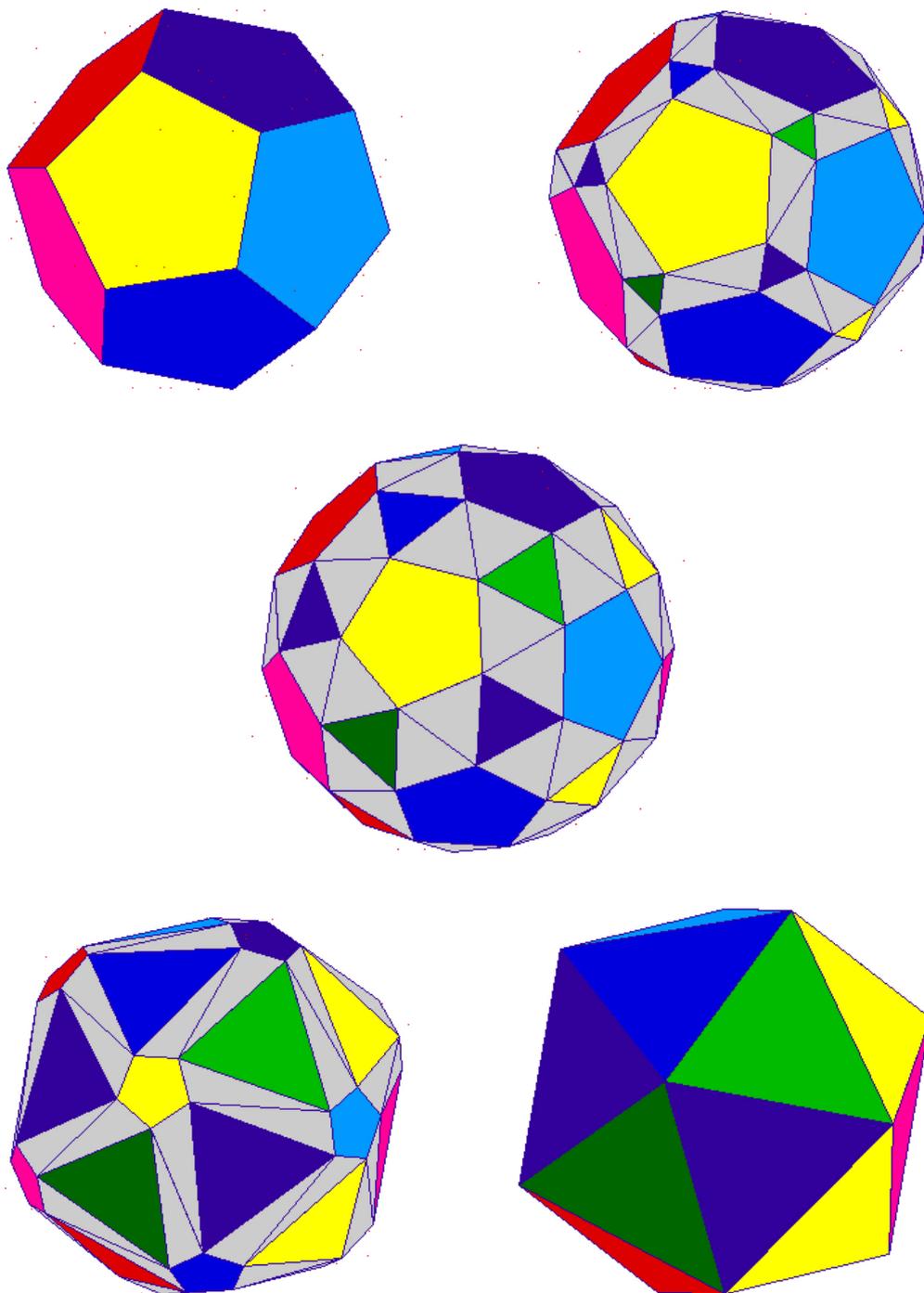


1.4 Levigatura o addolcimento

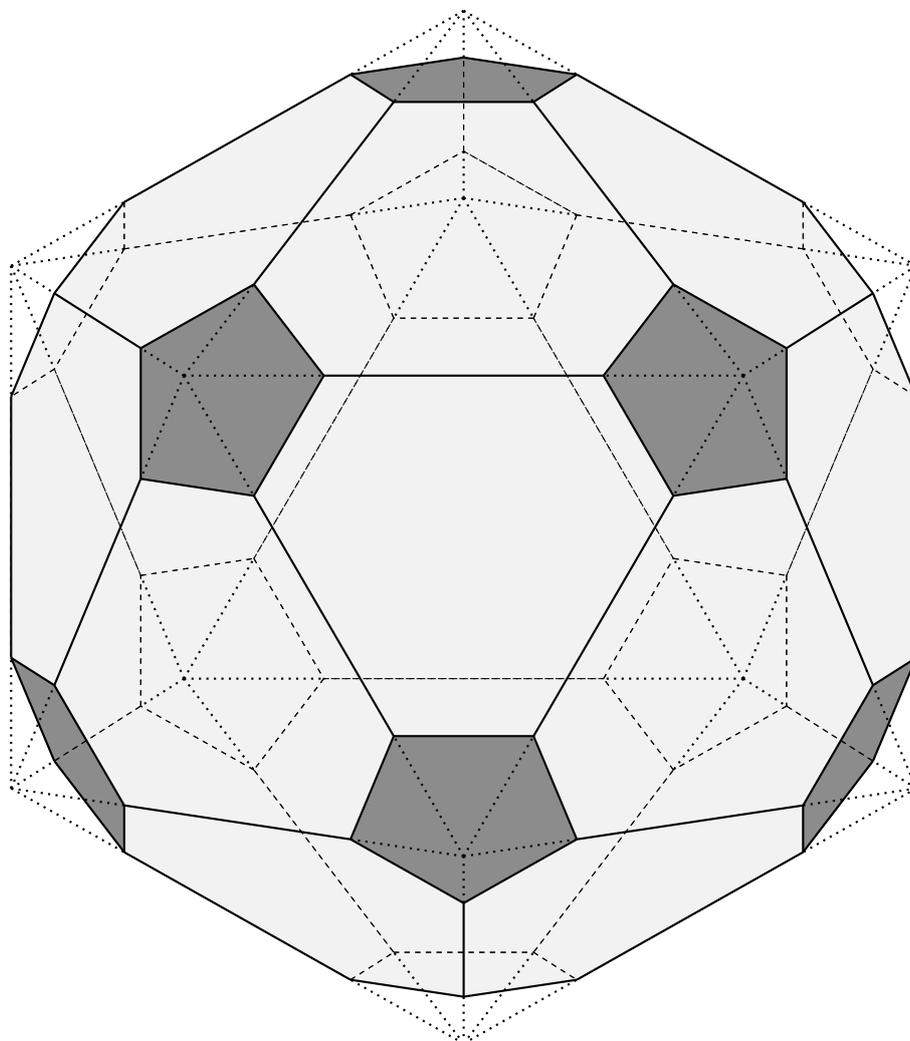
1.4.1 Il cubo o ottaedro camuso

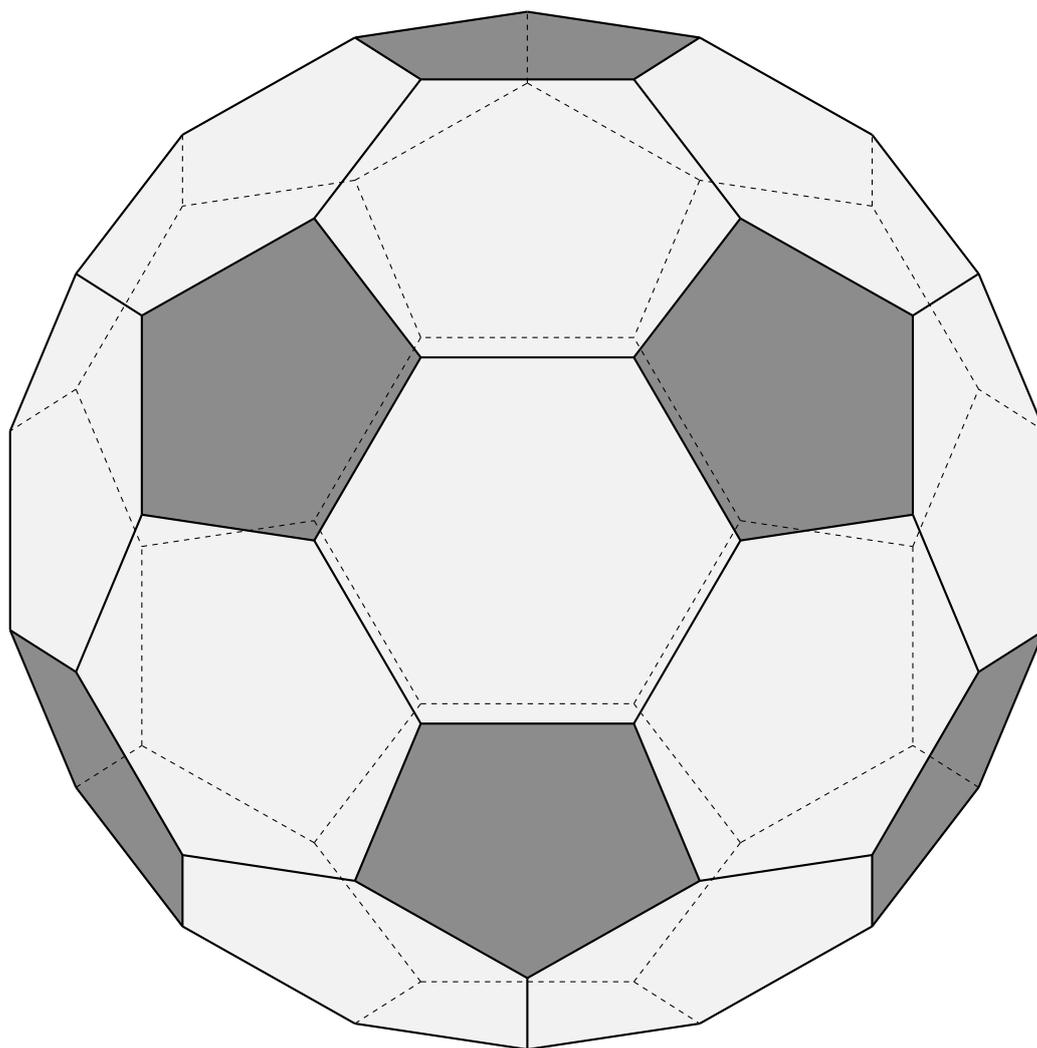


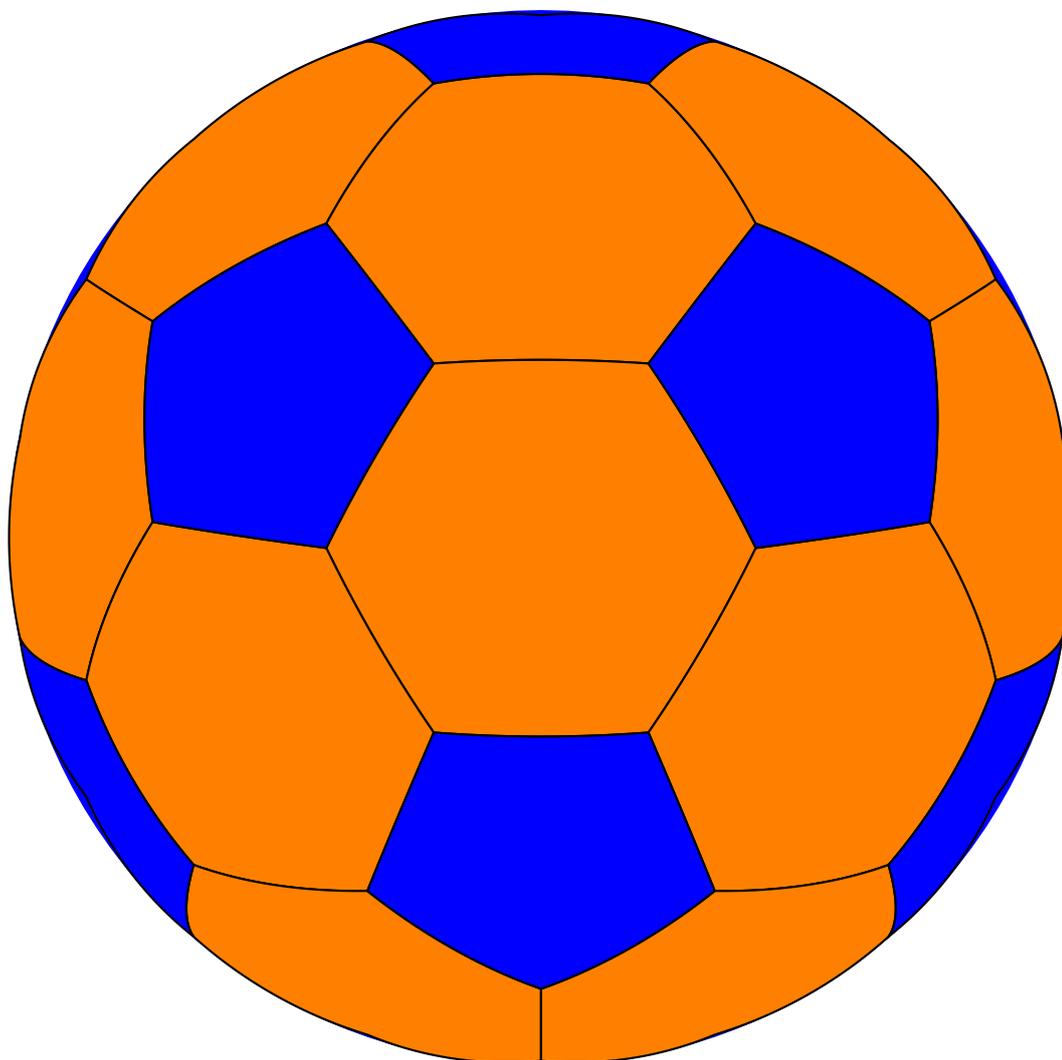
1.4.2 Il dodecaedro o icosaedro camuso



1.5 L'icosaedro troncato e il pallone da calcio



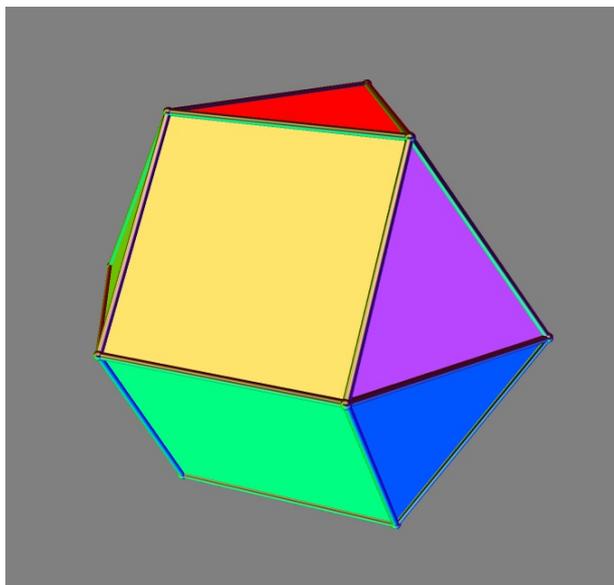
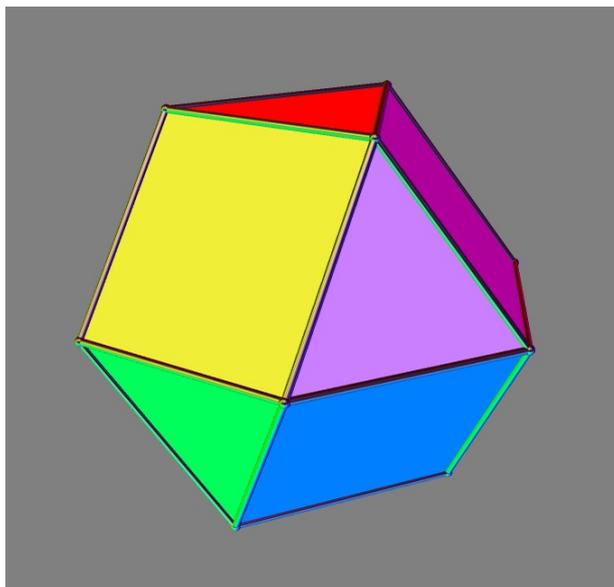




1.6 Alcuni solidi “quasi archimedei”

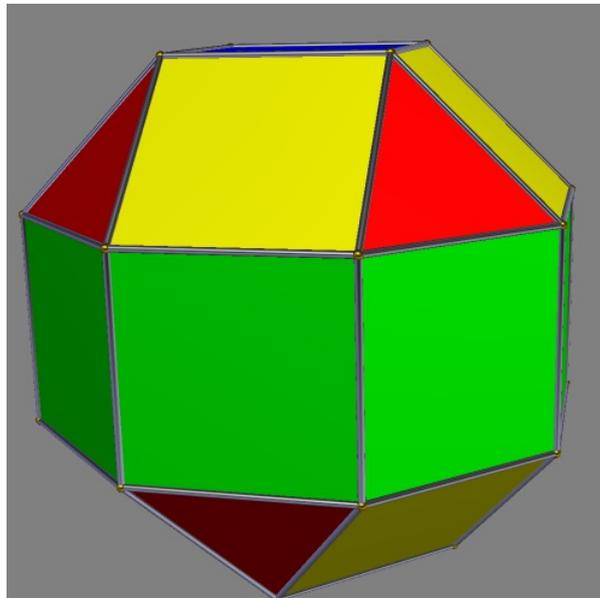
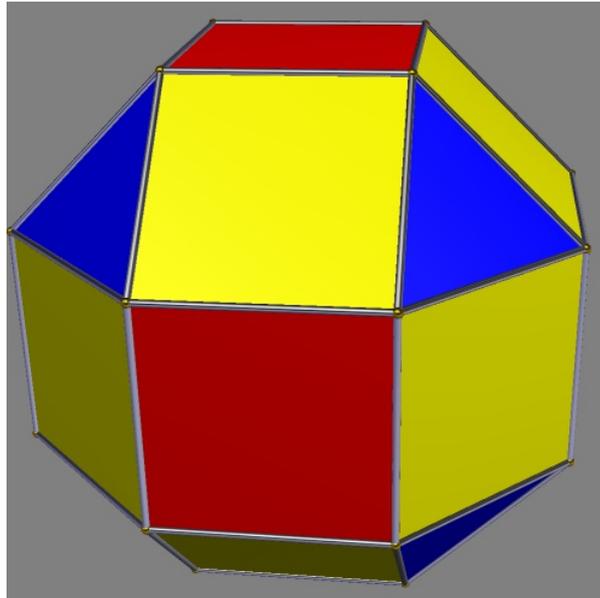
Hanno le stesse facce dei corrispondenti solidi archimedei, ma diversamente disposte.

1.6.1 Cubottaedro e Ortobicupola triangolare (J27)

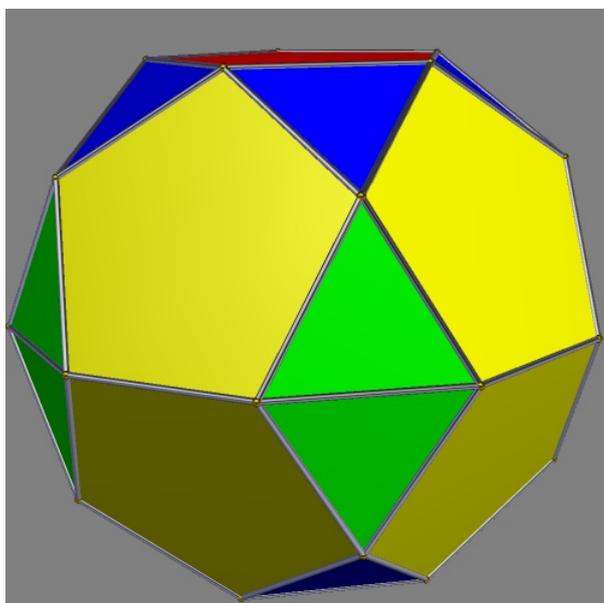
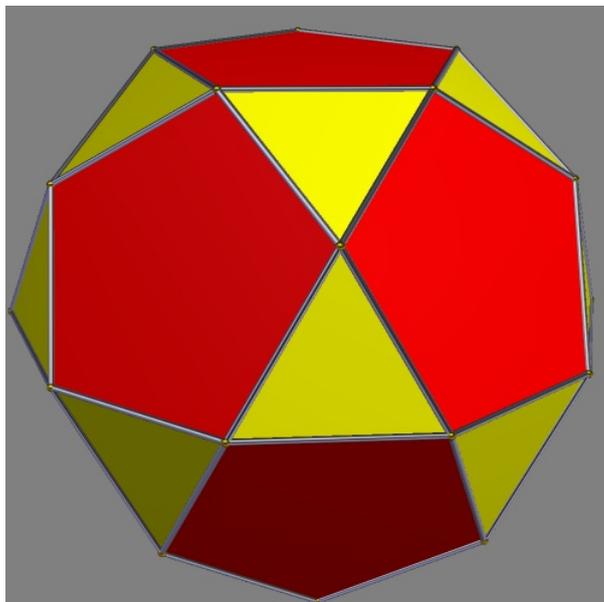


1.6.2 Rombicubottaedro e Girobicupola quadrata elongata (J37)

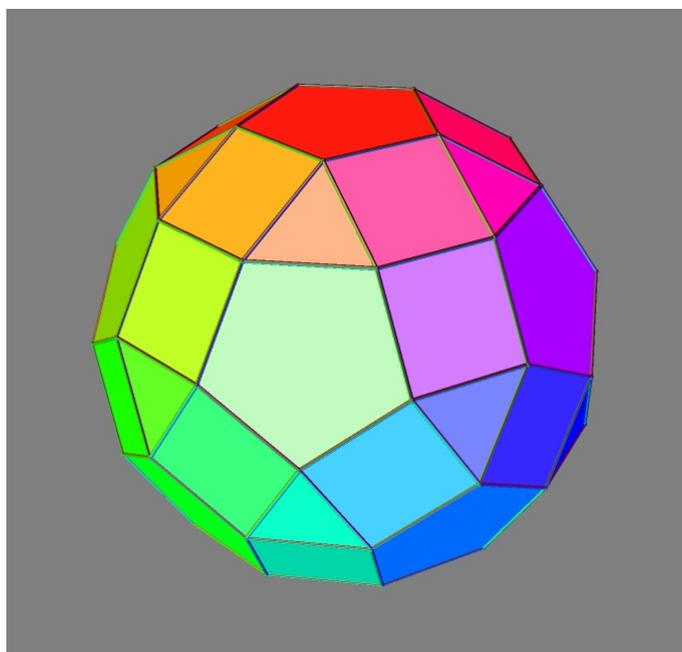
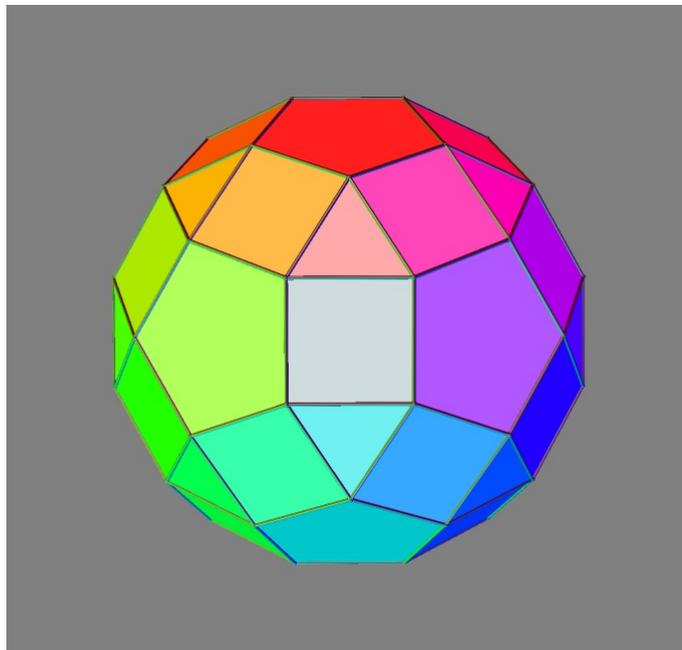
Noto anche come Poliedro di Miller.



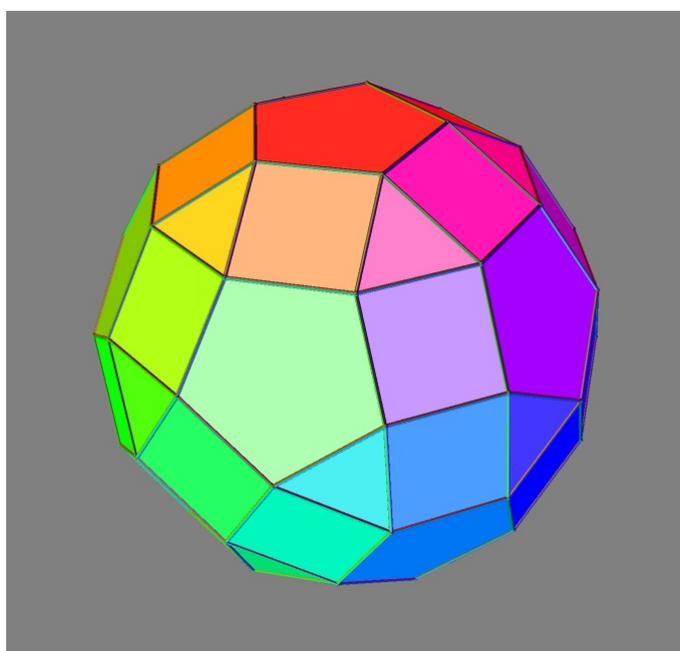
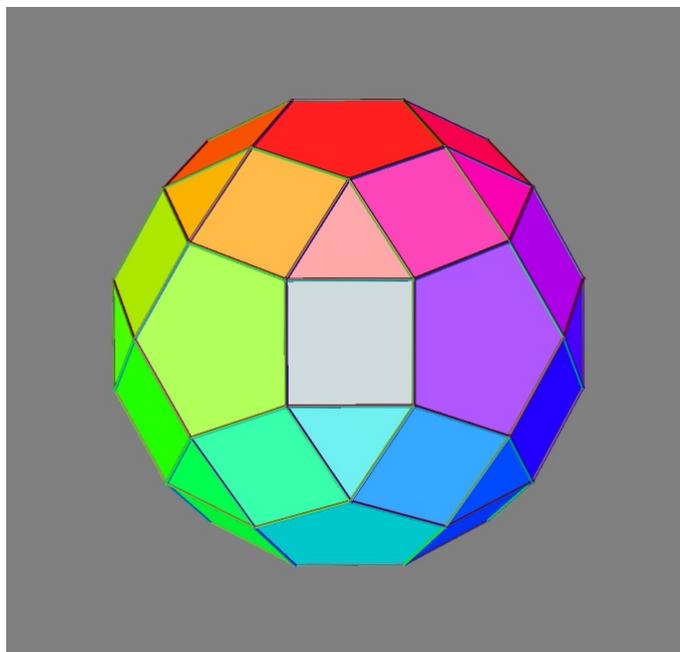
1.6.3 Icosidodecaedro e Ortobirotonda pentagonale (J34)



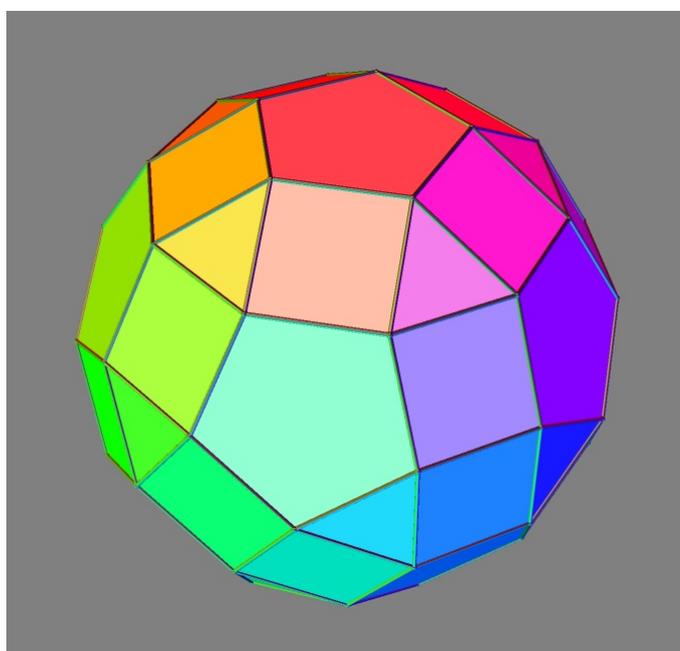
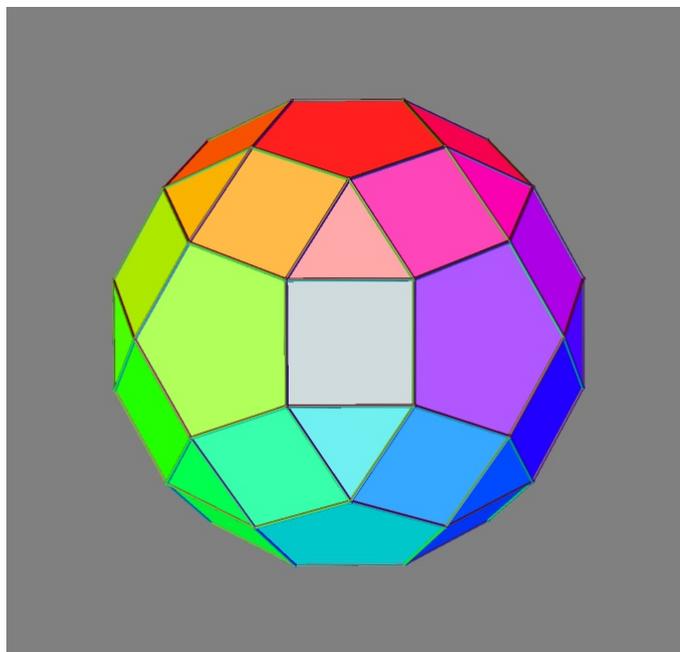
1.6.4 Rombicosidodecaedro e Rombicosidodecaedro girato (J72)



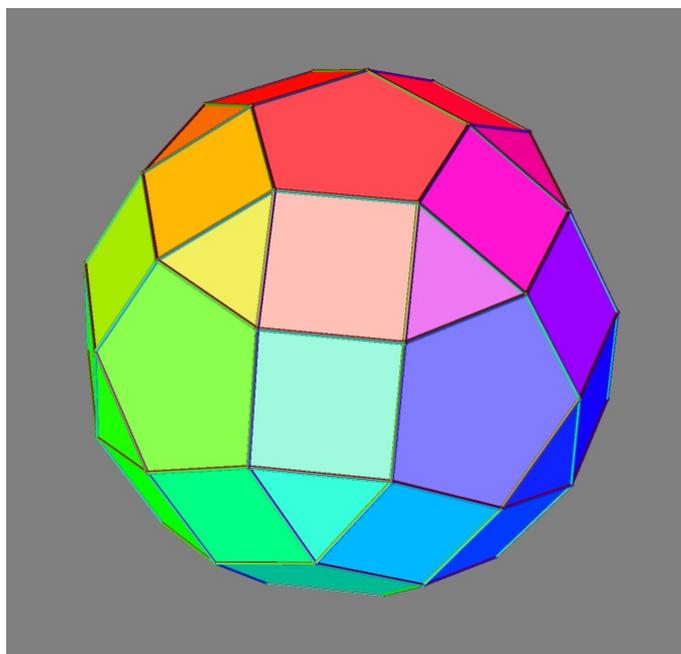
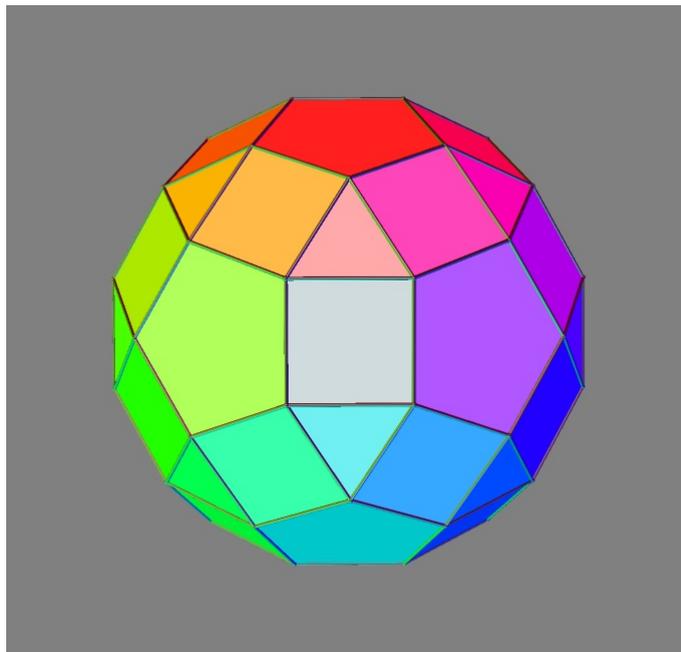
1.6.5 Rombicosidodecaedro e Rombicosidodecaedro parabigirato (J73)



1.6.6 Rombicosidodecaedro e Rombicosidodecaedro metabigirato (J74)



1.6.7 Rombicosidodecaedro e Rombicosidodecaedro trigrirato (J75)

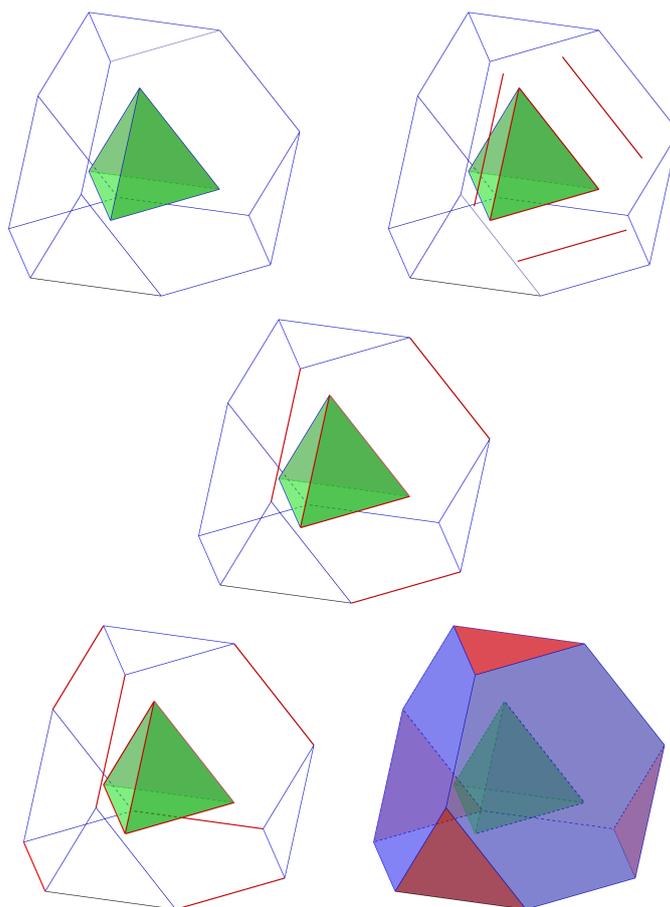


2 Il metodo di espansione

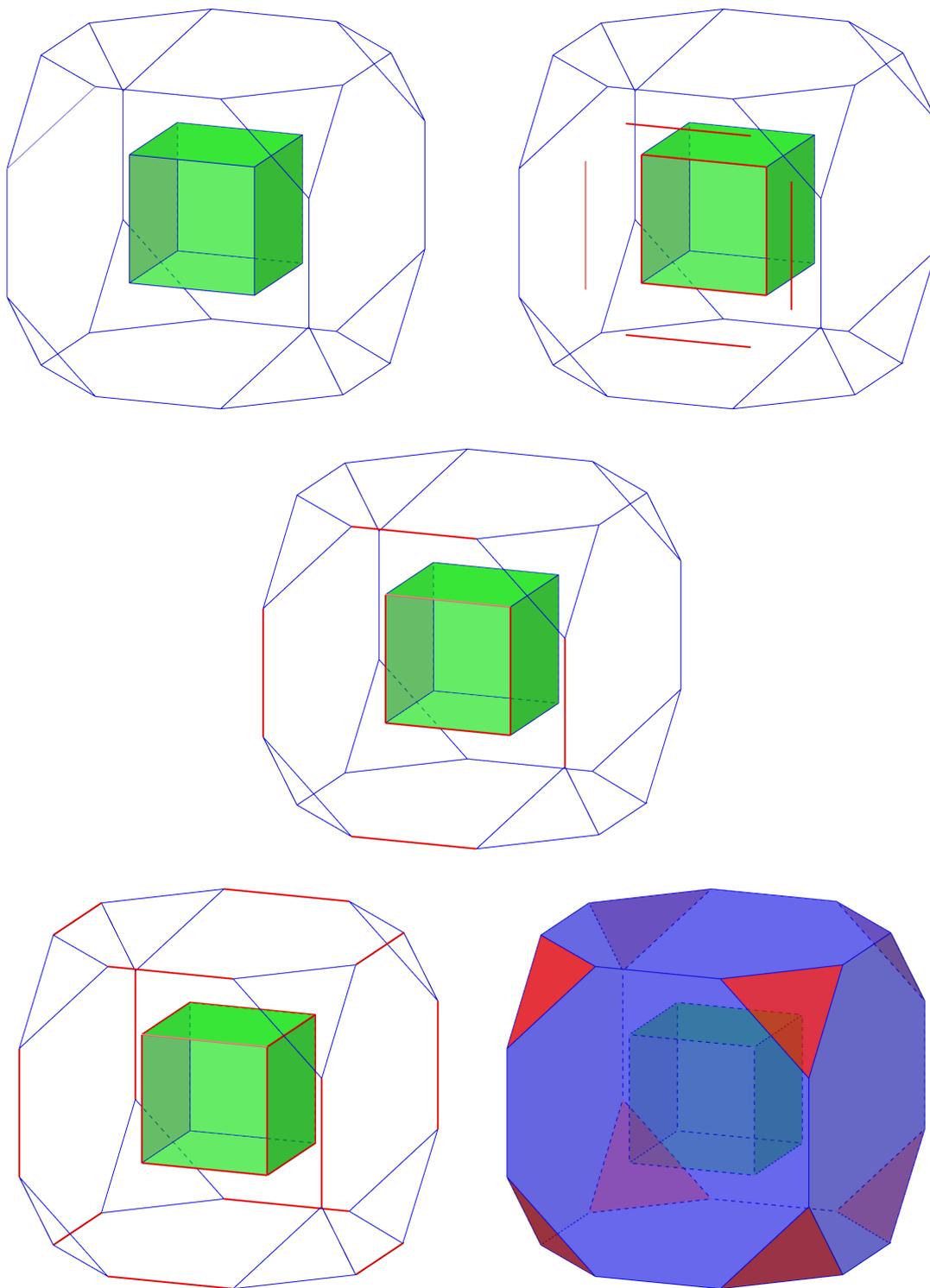
Un metodo alternativo per ottenere i poliedri di Archimede a partire dai solidi di PLatone è quello detto di *espansione*, introdotto da Alicia Boole Stott in un interessante articolo del 1913. Ne proponiamo solo alcuni esempi per chiarire il metodo.

2.1 Espansione degli spigoli

2.1.1 Dal tetraedro al tetraedro troncato

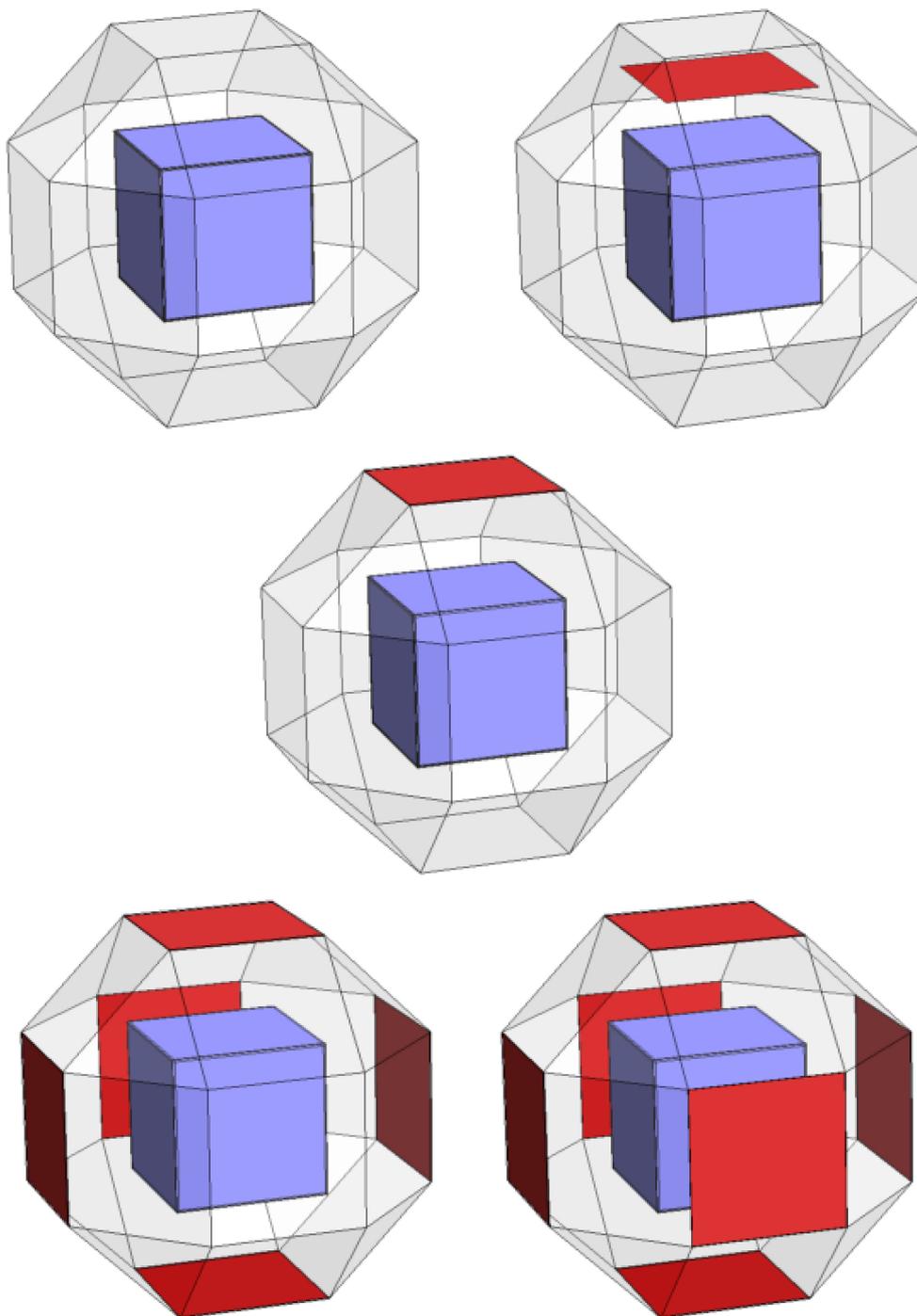


2.1.2 Dal cubo al cubo troncato

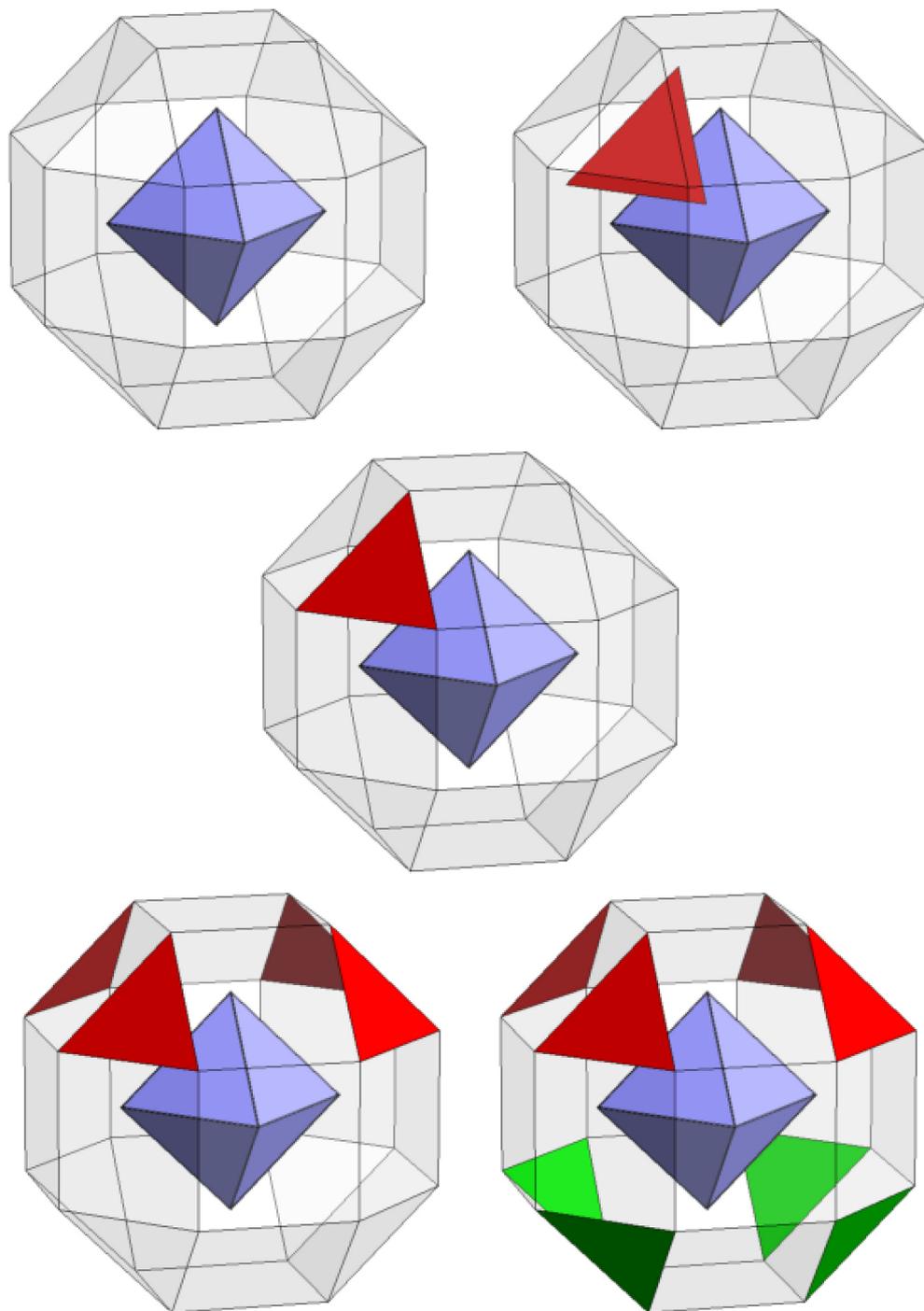


2.2 Espansione delle facce

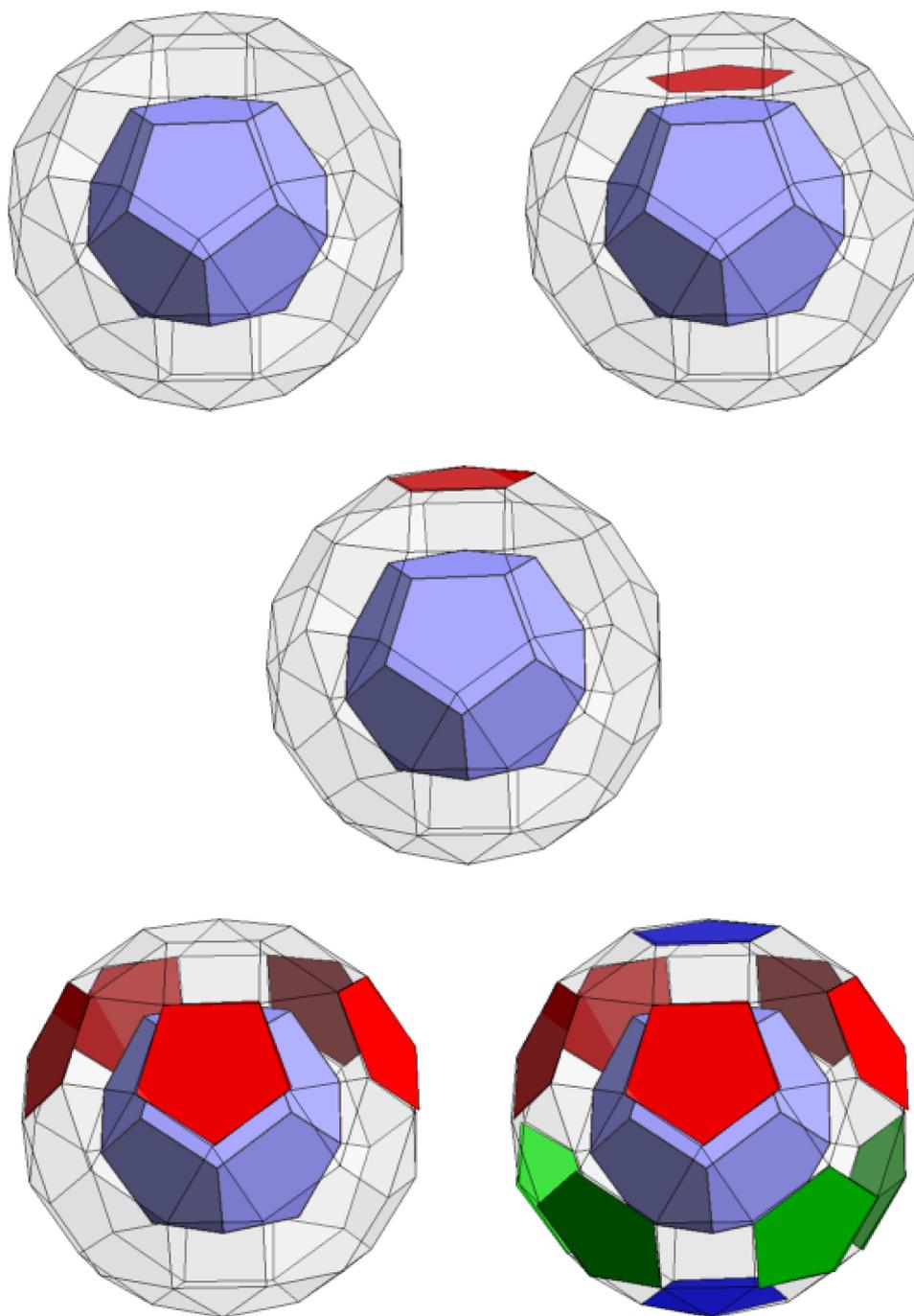
2.2.1 Dal cubo al rombicubottaedro



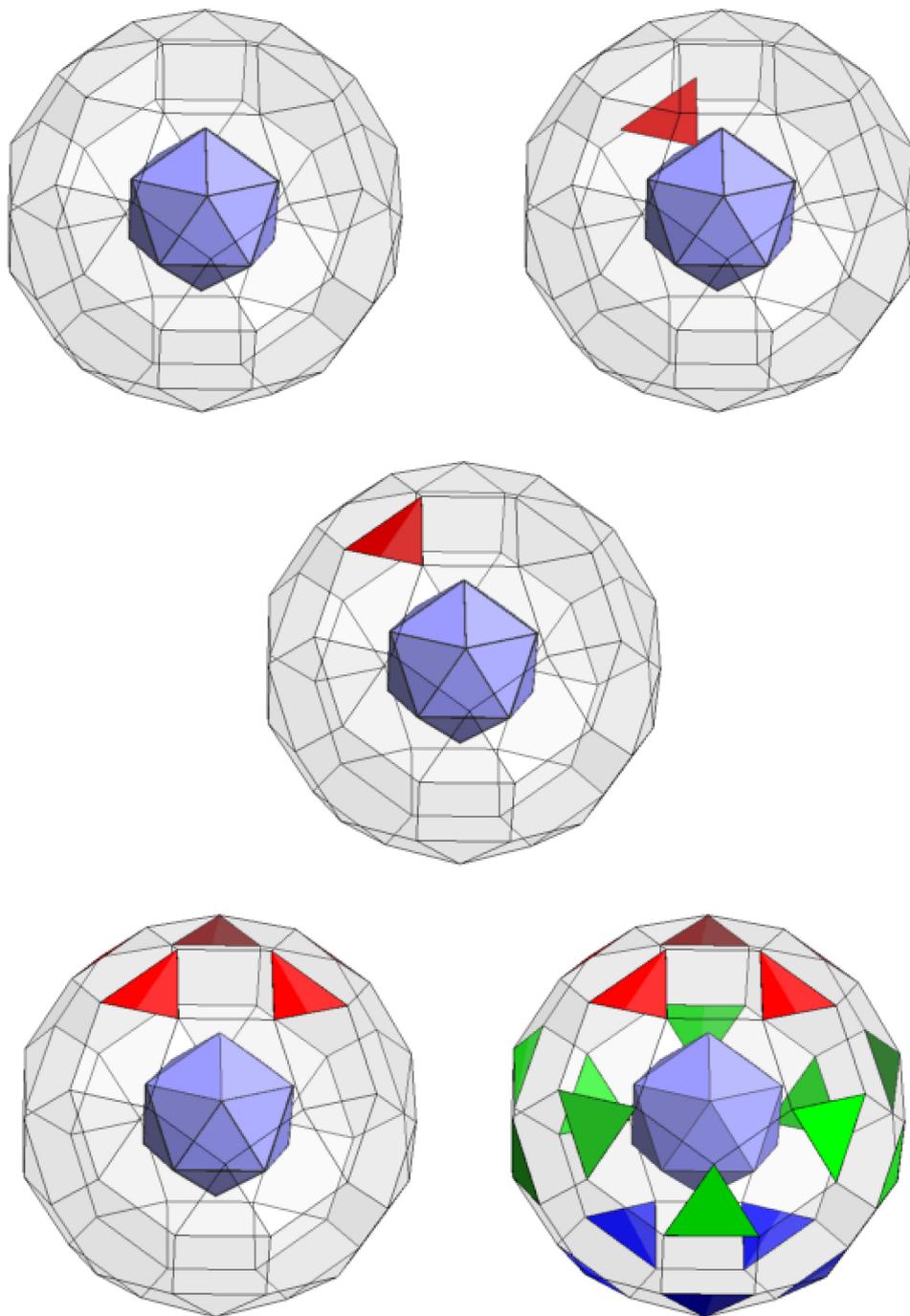
2.2.2 Dall'ottaedro al rombicubottaedro



2.2.3 Dal dodecaedro al rombicosidodecaedro



2.2.4 Dall'icosaedro al rombicoidodecaedro



3 Poliedri di Archimede e Tetraedro Circoscritto

Le figure di questo capitolo illustrano, per ciascuno dei poliedri di Archimede, uno dei tetraedri circoscritti, con la proprietà che ciascuna delle quattro facce del tetraedro contenga una faccia del poliedro. Si tratta di una proprietà che distingue i poliedri di Archimede da altri poliedri che hanno simili proprietà di semiregolarità, come il poliedro di Miller, i prismi e gli antiprismi.

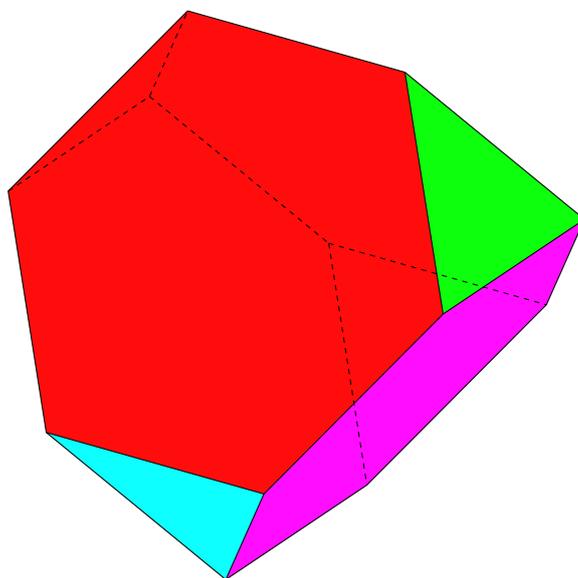


Figura 3.1: *Tetraedro troncato*

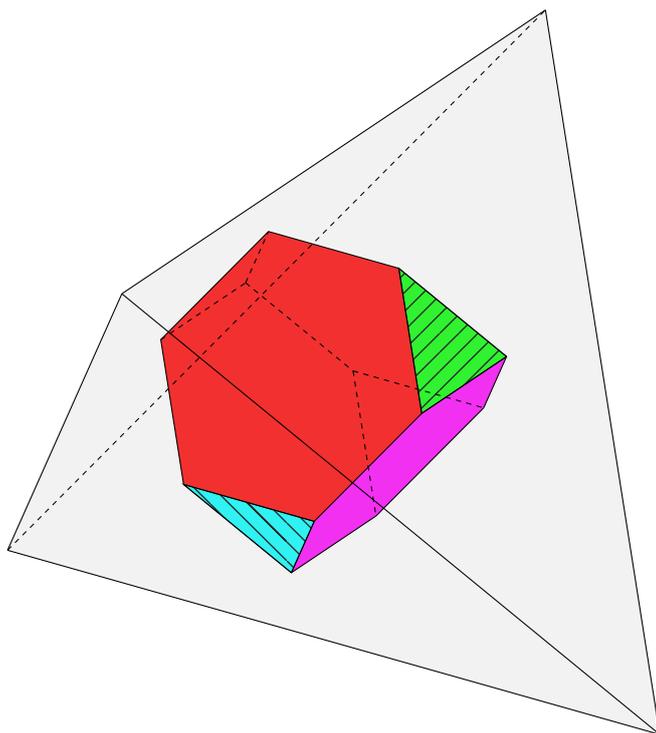


Figura 3.2: *Tetraedro troncato con primo tetraedro circoscritto*

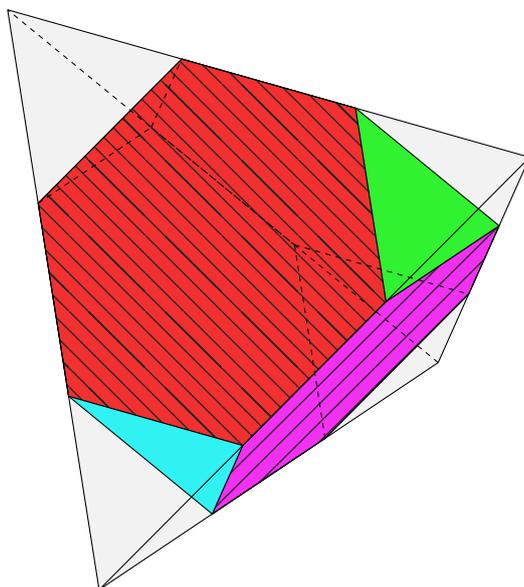


Figura 3.3: *Tetraedro troncato con secondo tetraedro circoscritto*

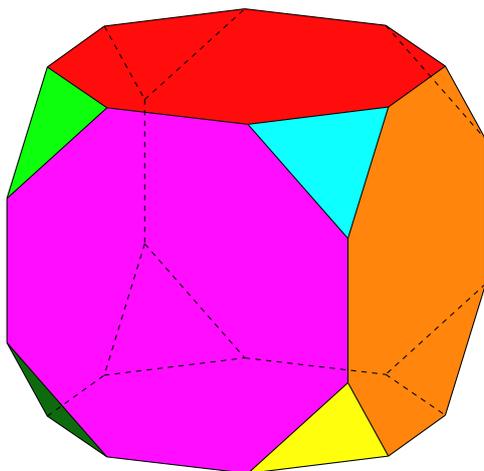


Figura 3.4: *Cubo troncato*

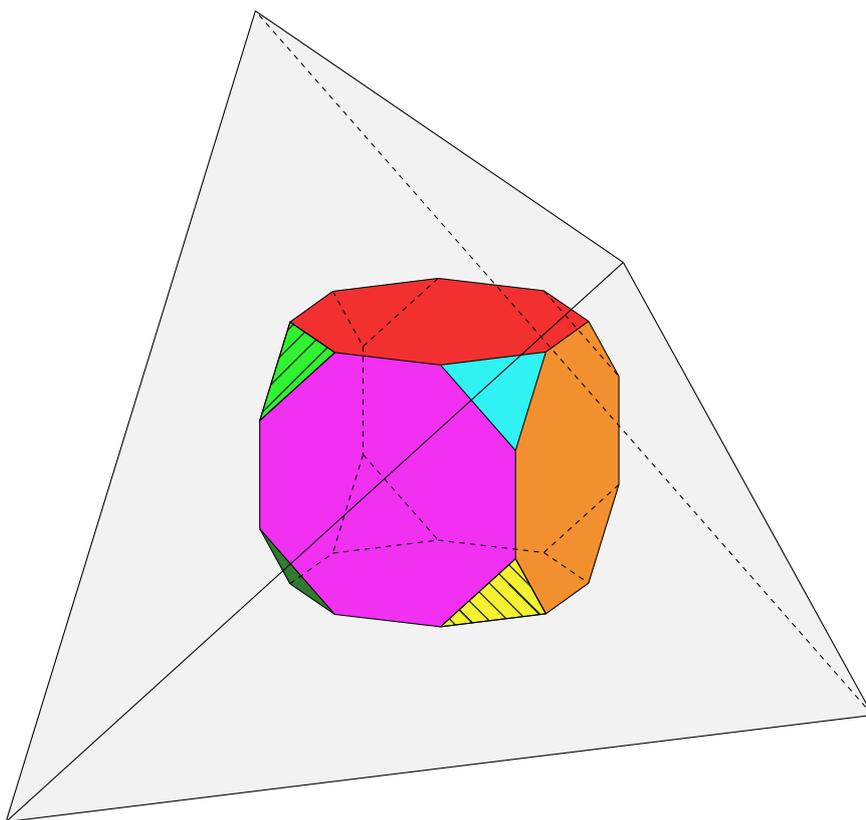


Figura 3.5: *Cubo troncato con Tetraedro circoscritto*

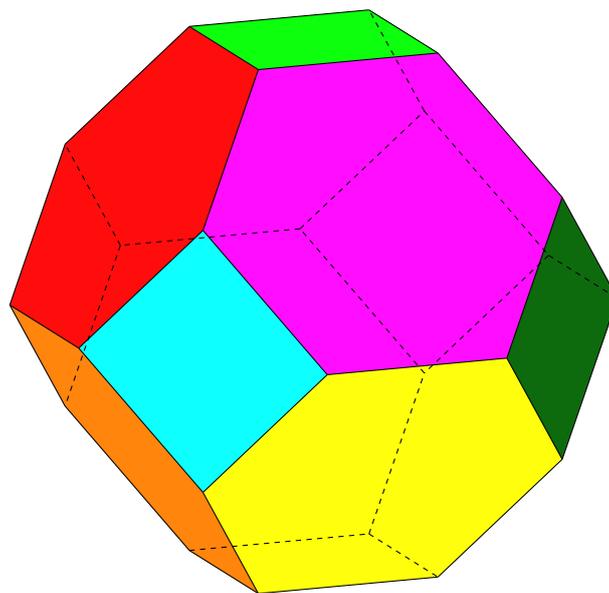


Figura 3.6: *Ottaedro troncato*

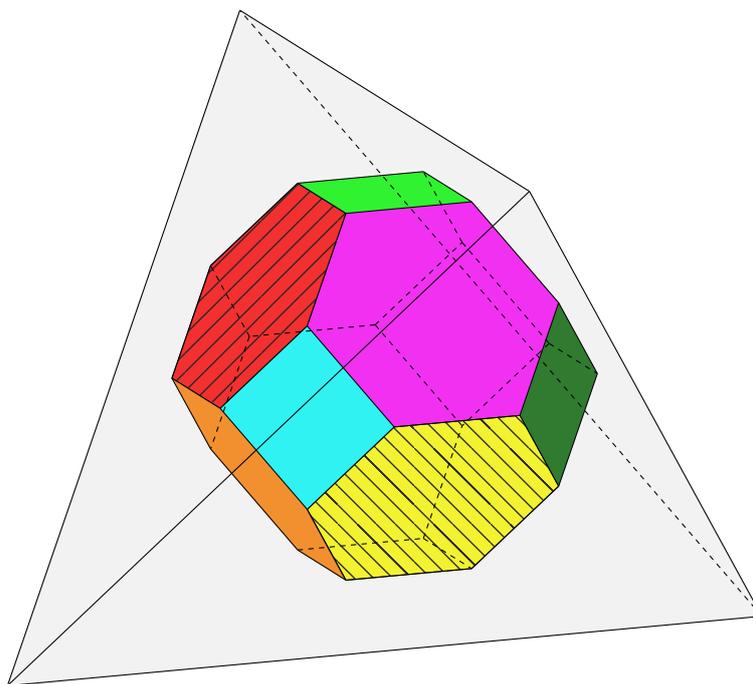


Figura 3.7: *Ottaedro troncato con tetraedro circoscritto*

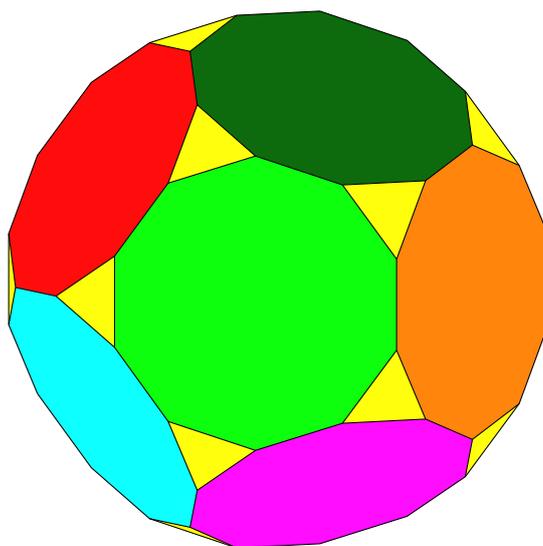


Figura 3.8: *Dodecaedro troncato*

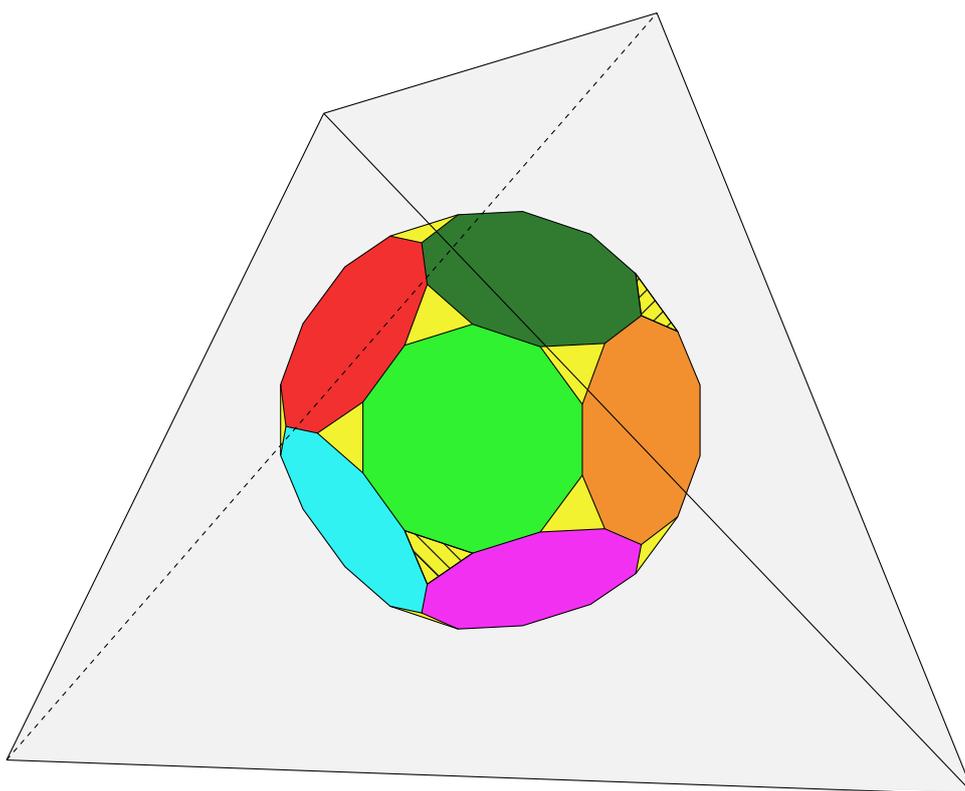
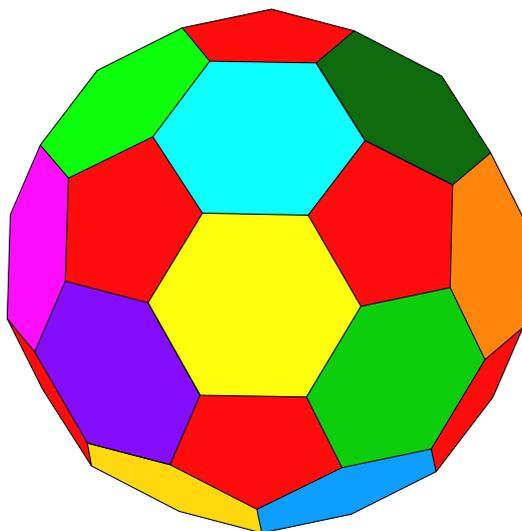
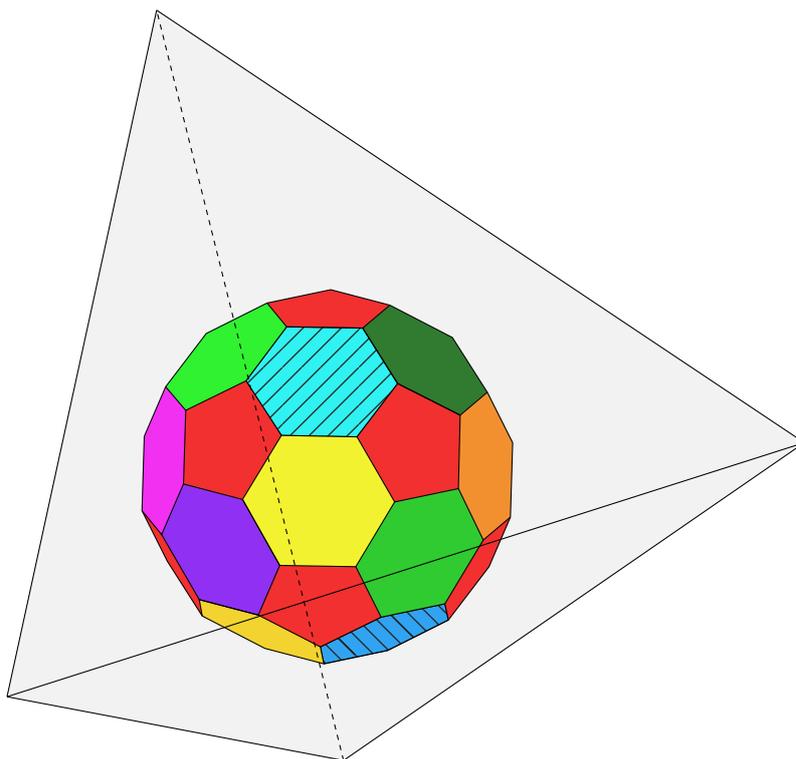


Figura 3.9: *Dodecaedro troncato con tetraedro circoscritto*

Figura 3.10: *Icosaedro troncato*Figura 3.11: *Icosaedro troncato con tetraedro circoscritto*

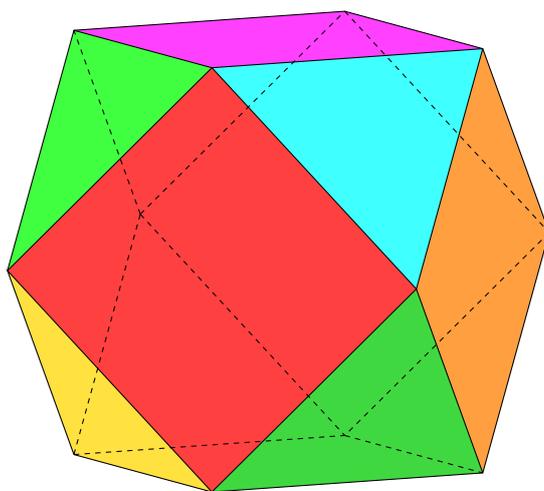


Figura 3.12: *Cubottaedro*

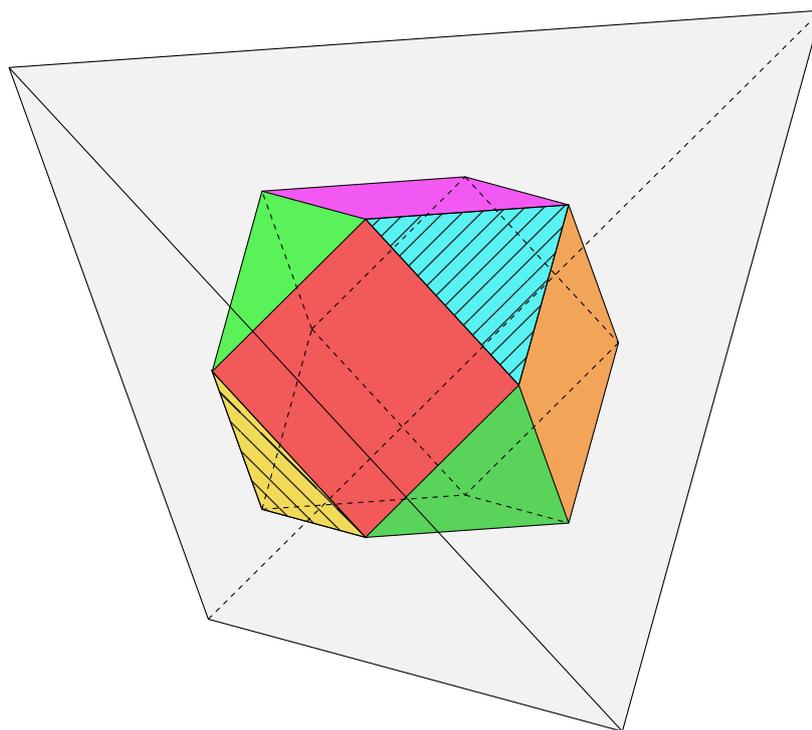
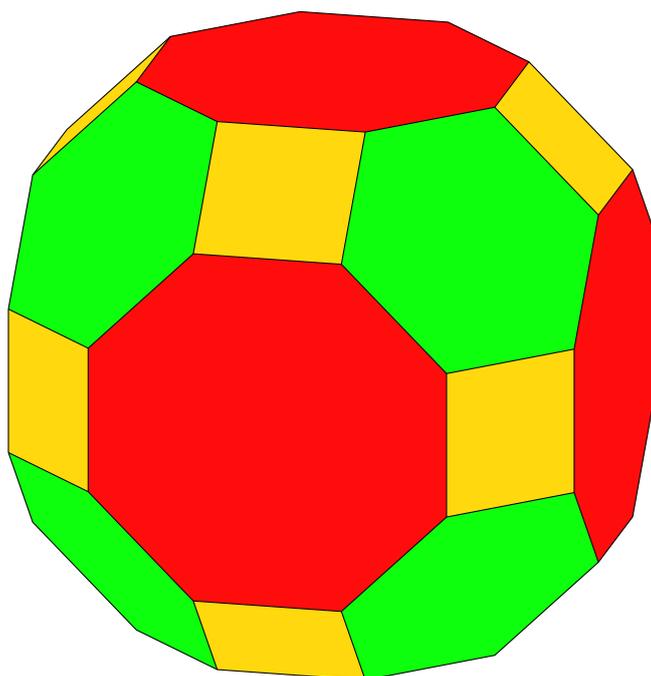
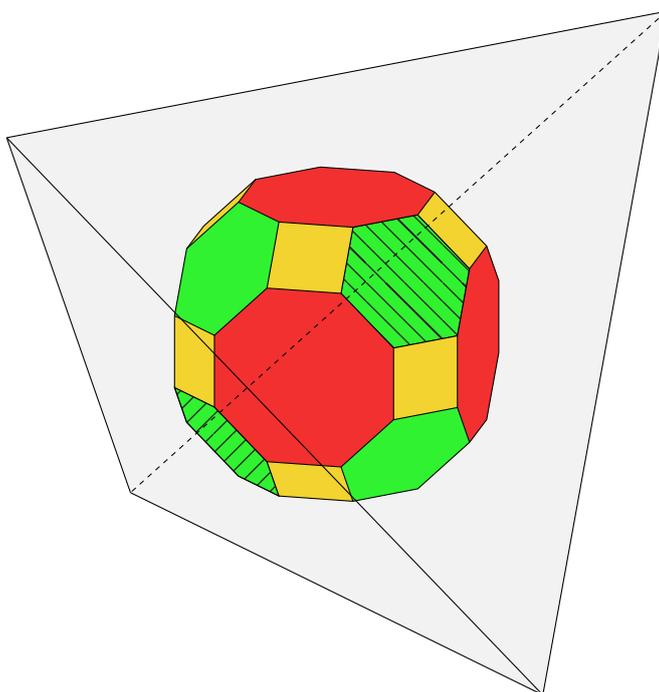


Figura 3.13: *Cubottaedro con tetraedro circoscritto*

Figura 3.14: *Cubottaedro troncato*Figura 3.15: *Cubottaedro troncato con tetraedro circoscritto*

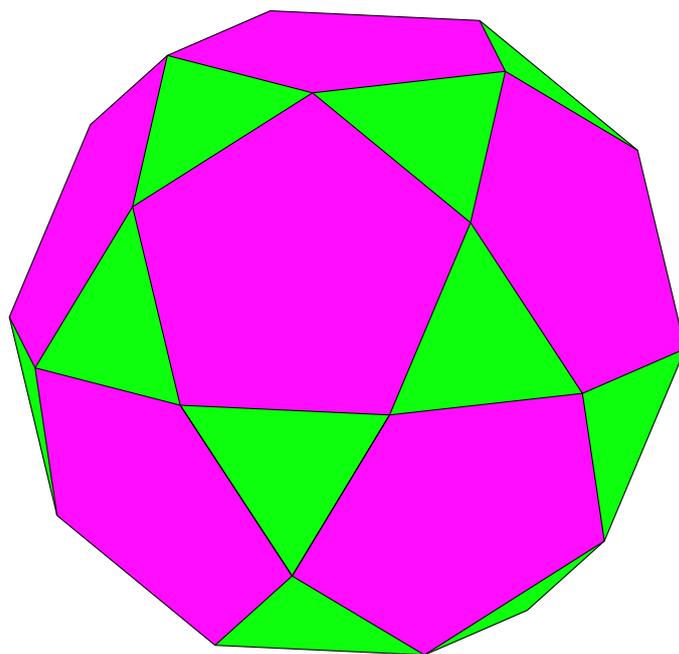


Figura 3.16: *Icosidodecaedro*

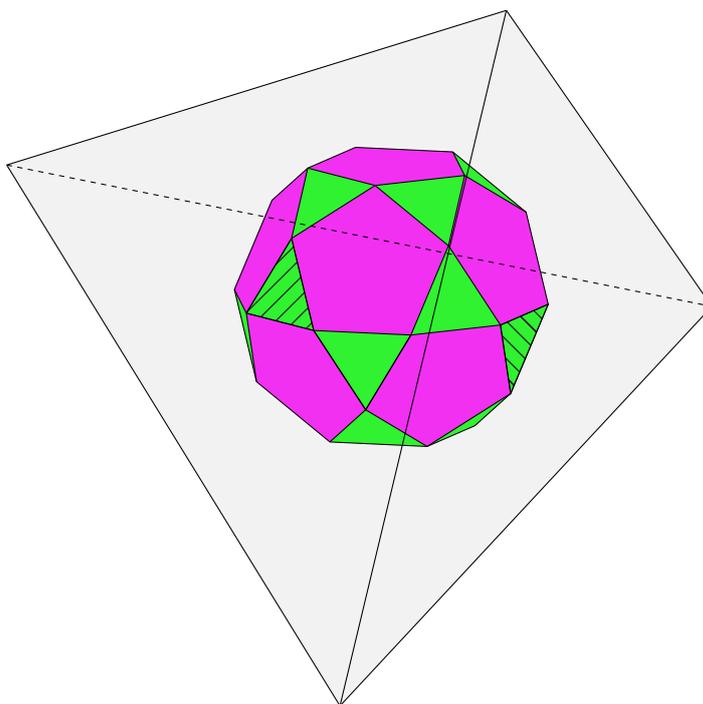


Figura 3.17: *Icosidodecaedro con tetraedro circoscritto*

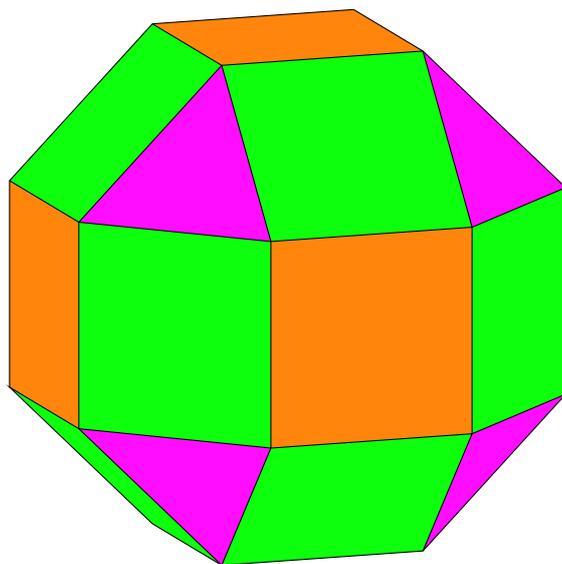


Figura 3.18: *Rombicubottaedro*

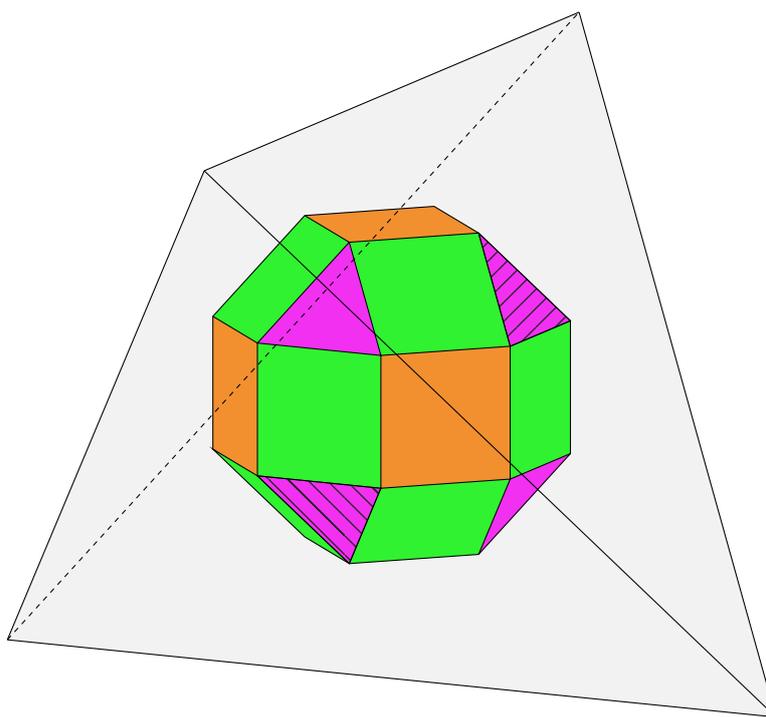


Figura 3.19: *Rombicubottaedro con tetraedro circoscritto*

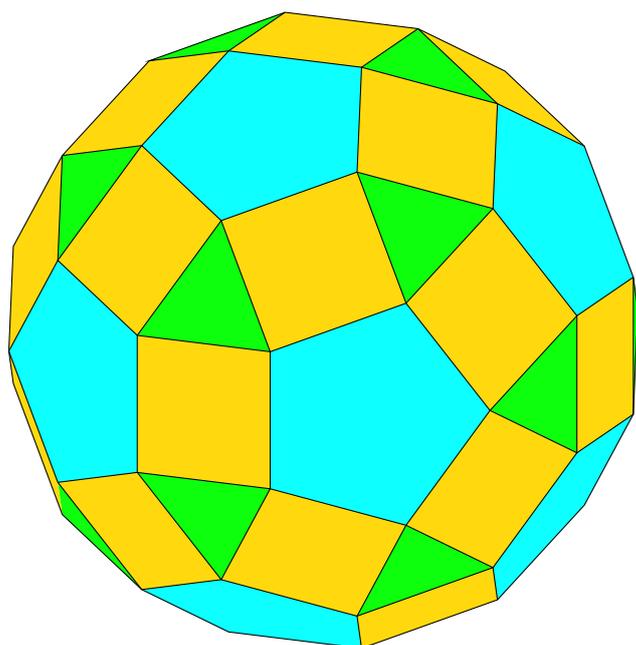


Figura 3.20: *Rombicosidodecaedro*

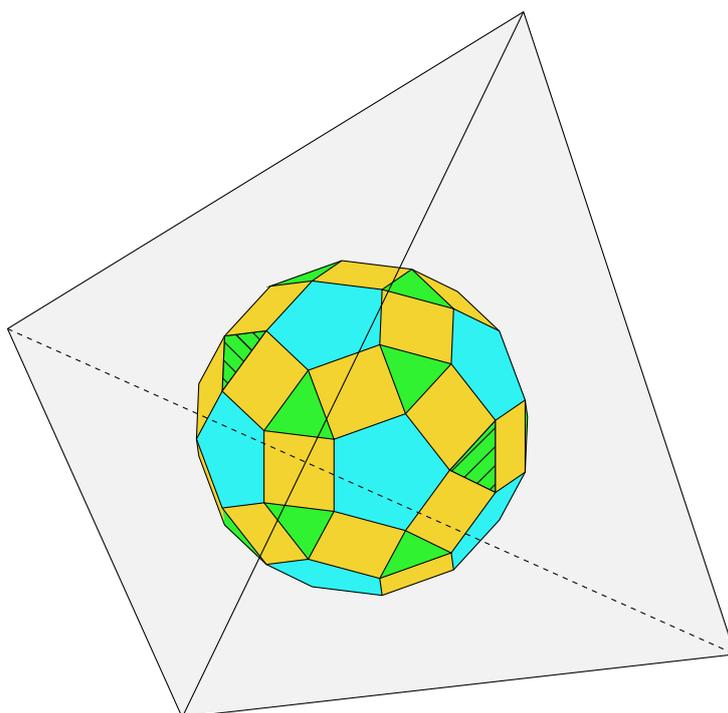


Figura 3.21: *Rombicosidodecaedro con tetraedro circoscritto*

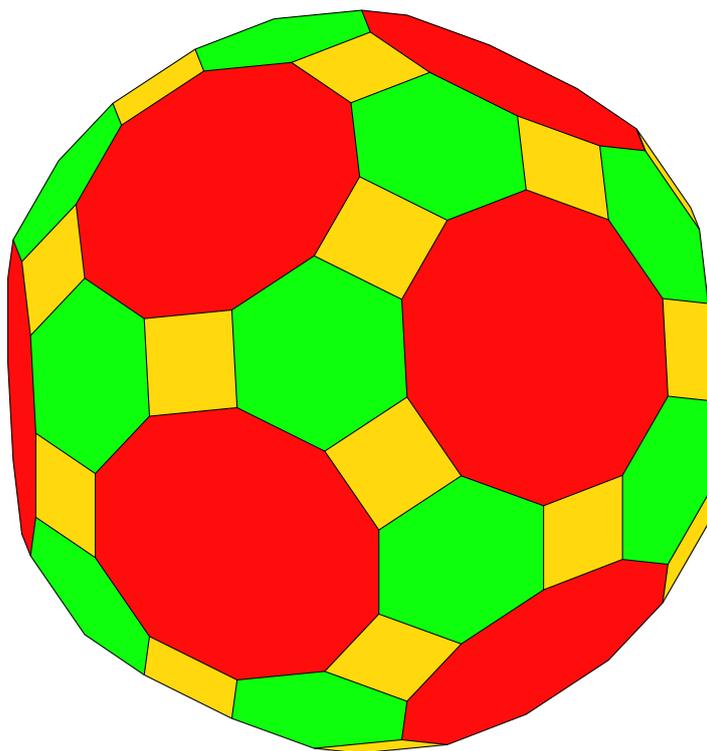


Figura 3.22: *Icosidodecaedro troncato*

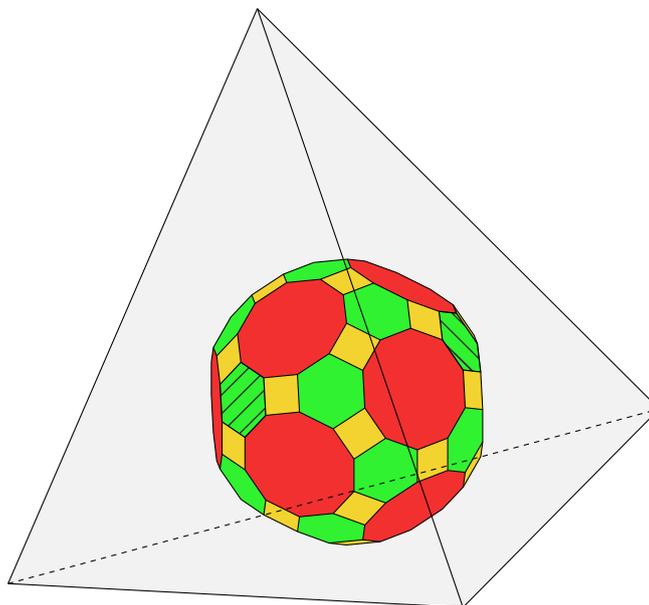


Figura 3.23: *Icosidodecaedro troncato con tetraedro circoscritto*

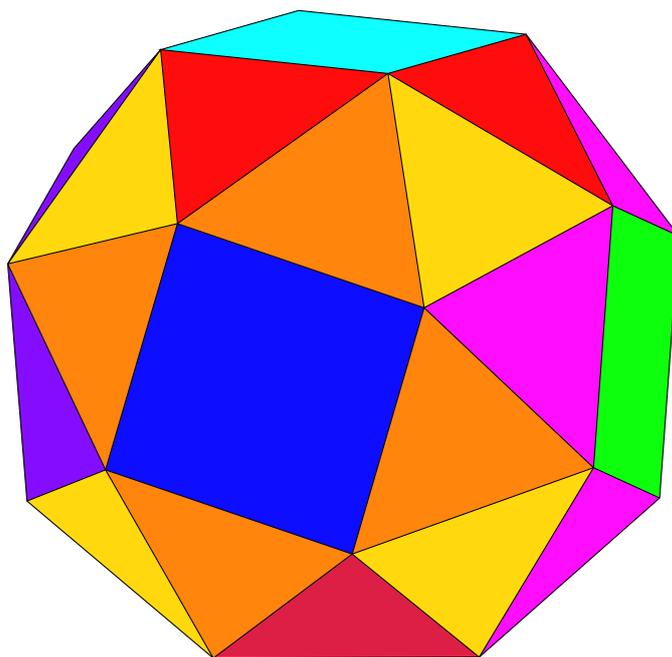


Figura 3.24: *Snub cubo*

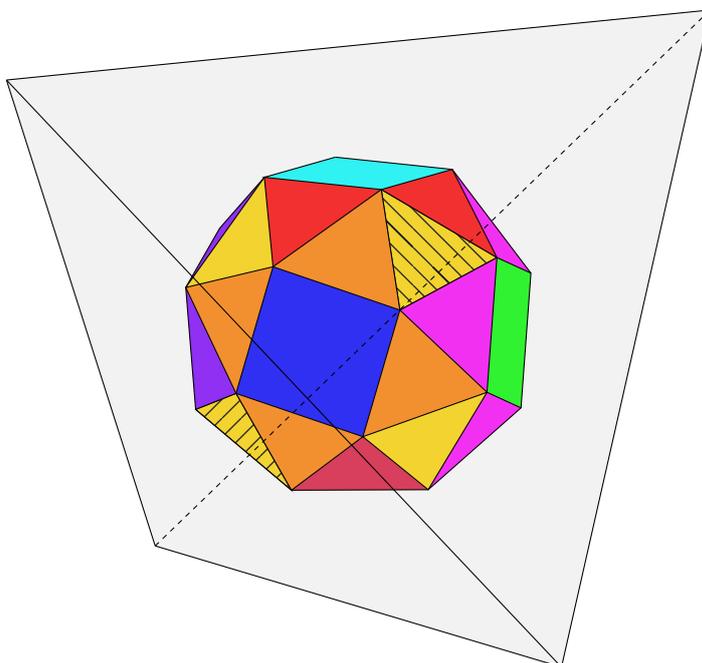
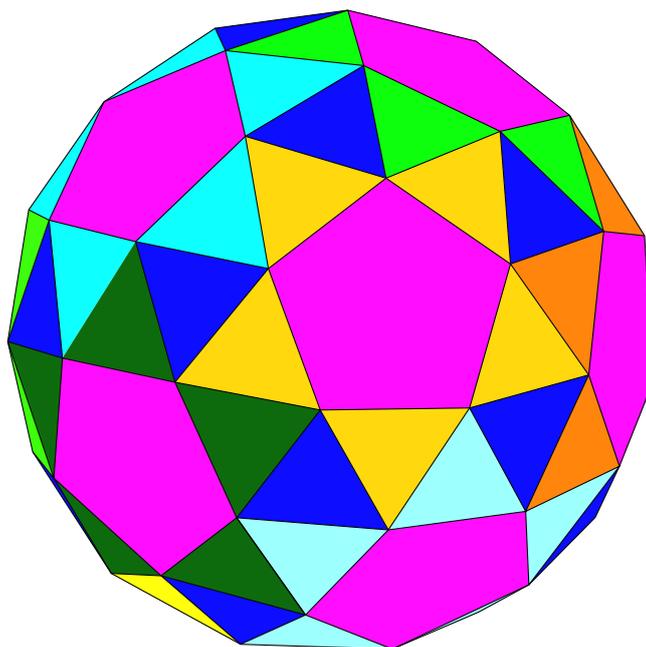
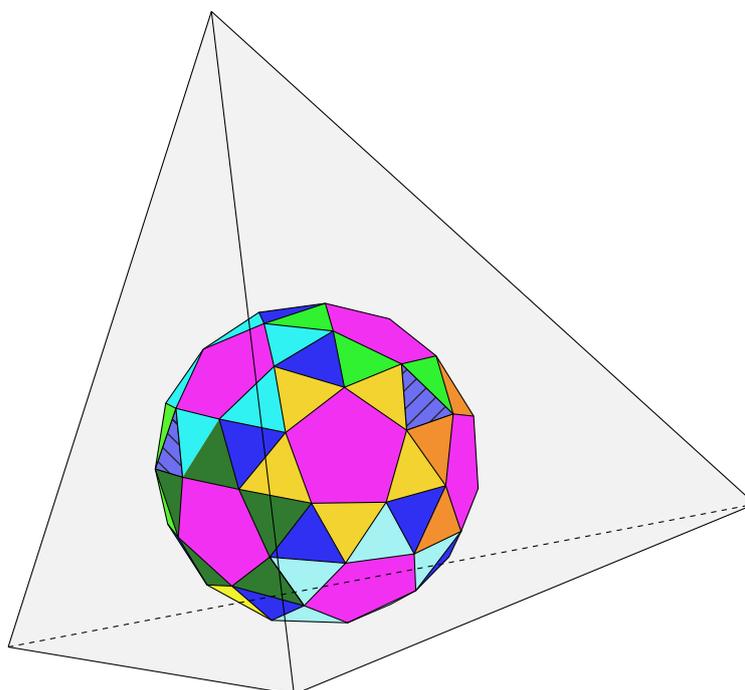
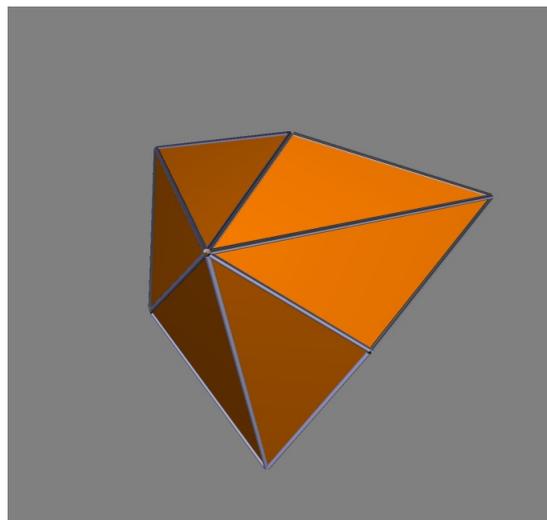
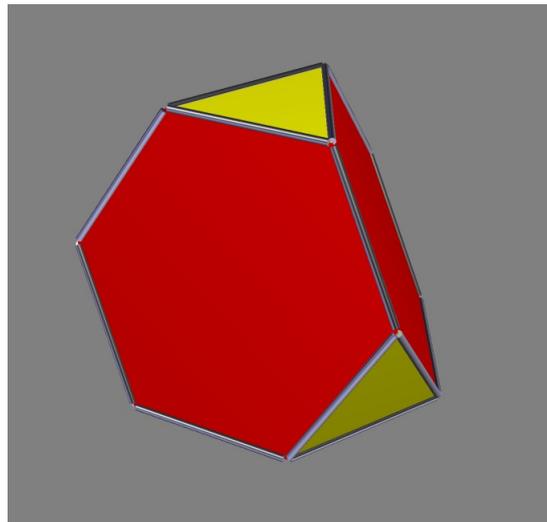


Figura 3.25: *Snub cubo con tetraedro circoscritto*

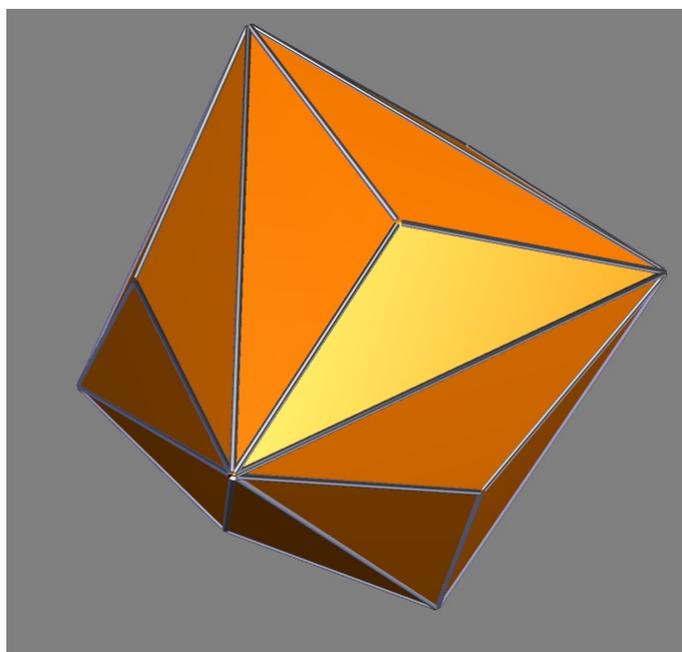
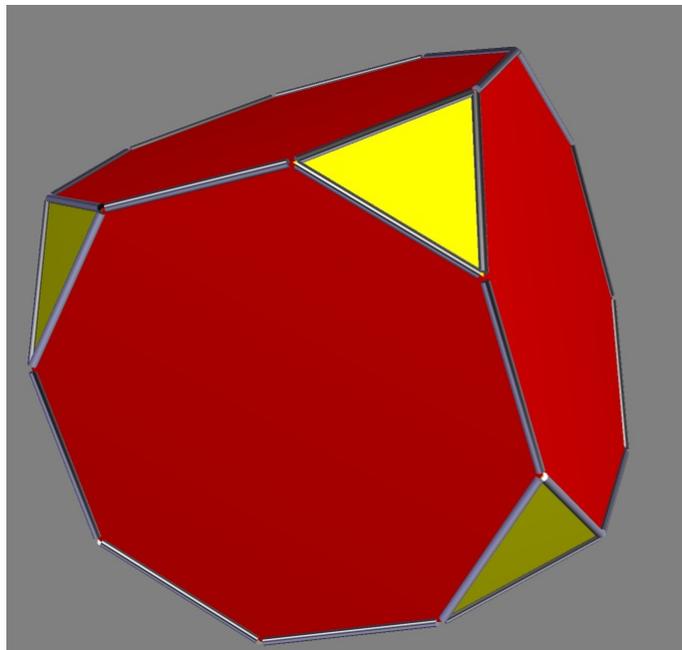
Figura 3.26: *Snub dodecaedro*Figura 3.27: *Snub dodecaedro con tetraedro circoscritto*

4 I solidi di Catalan

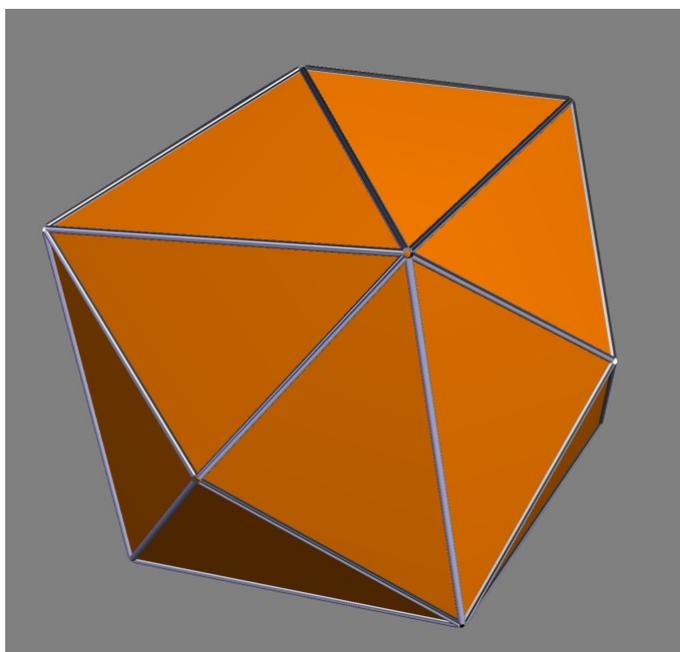
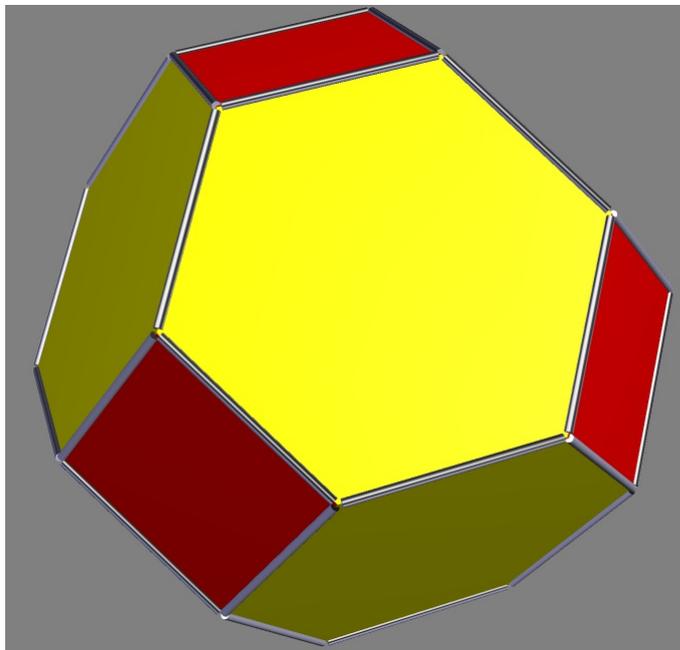
4.1 Tetraedro troncato e triacistetraedro



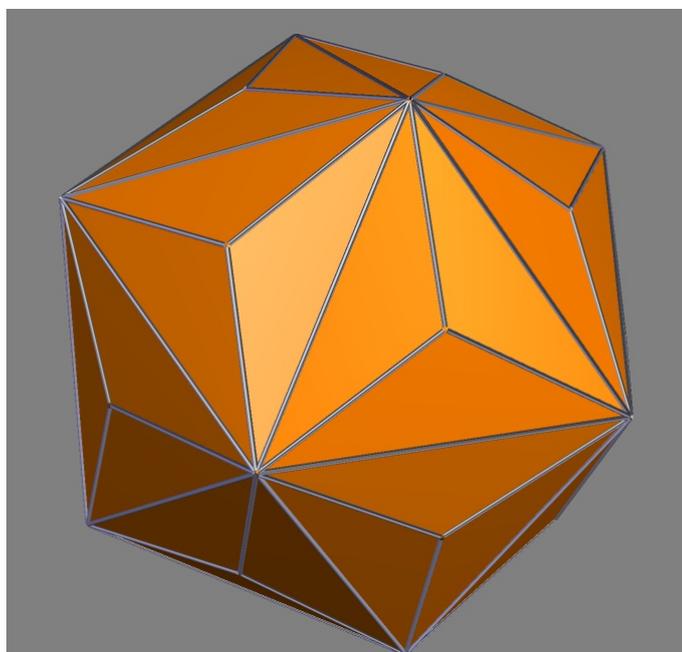
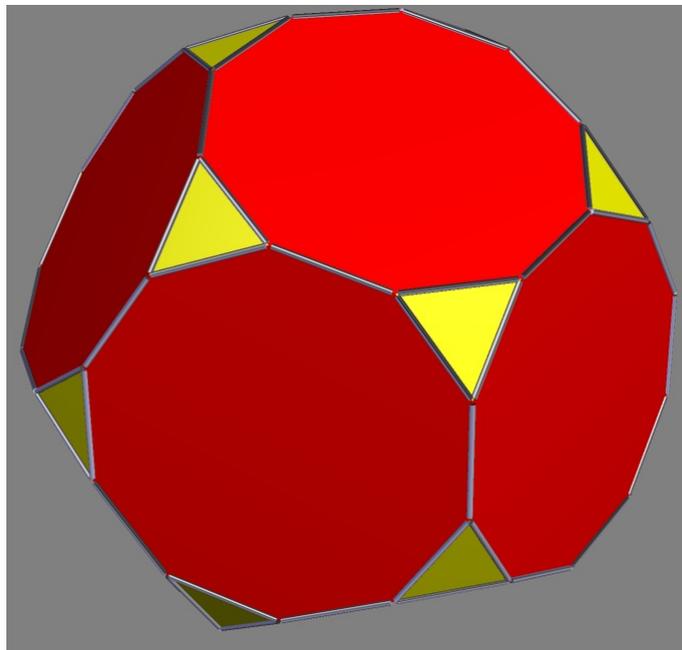
4.2 Cubo troncato e triacisottaedro



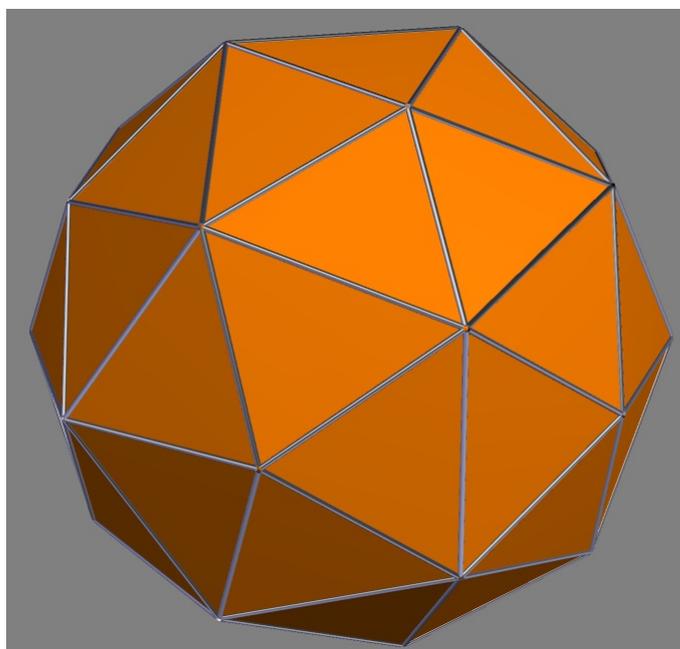
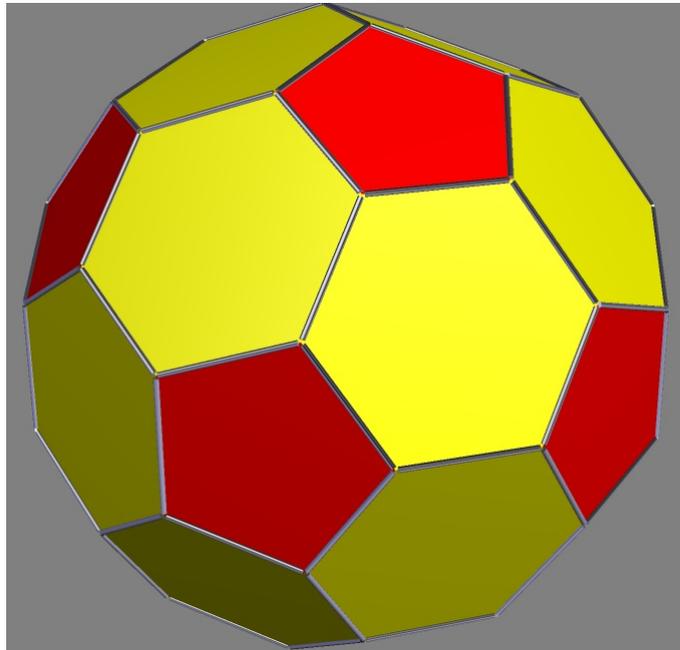
4.3 Ottaedro troncato e tetracisesaedro



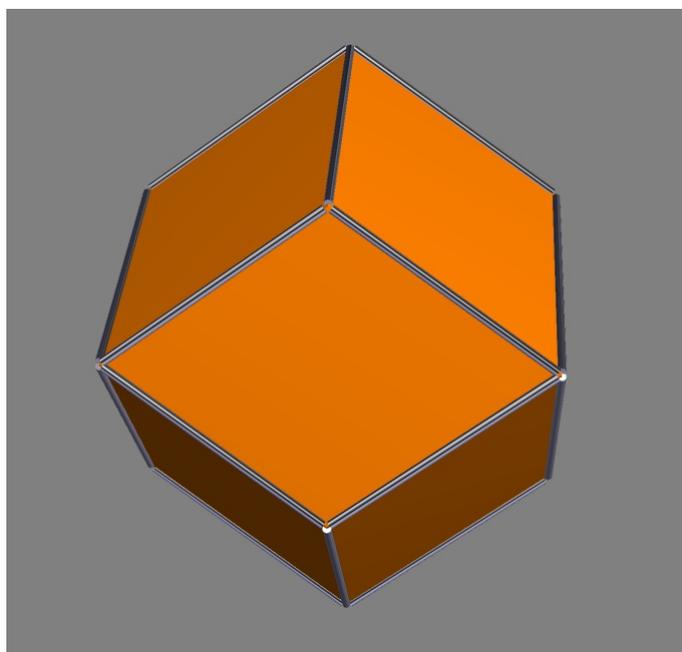
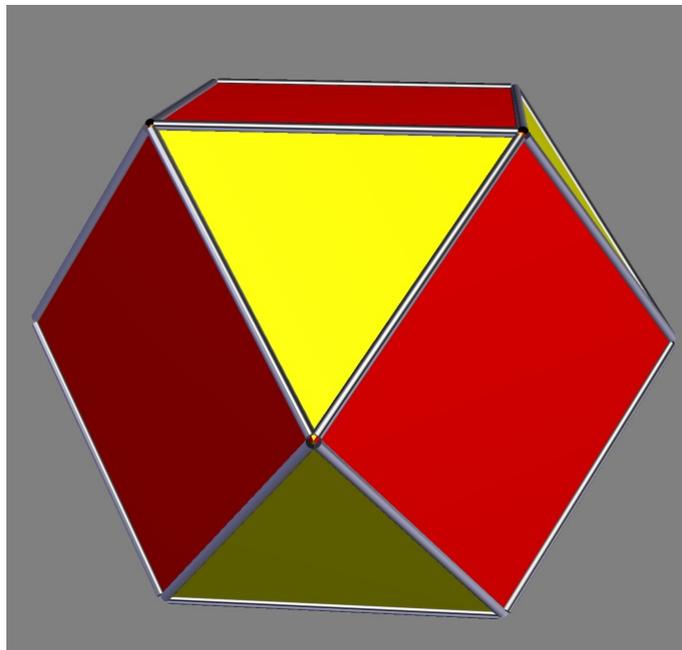
4.4 Dodecaedro troncato e triacisicosaedro



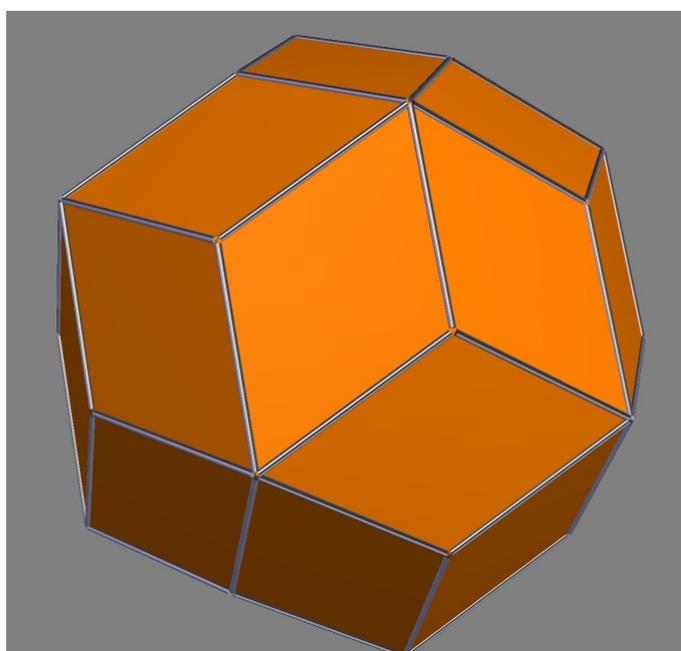
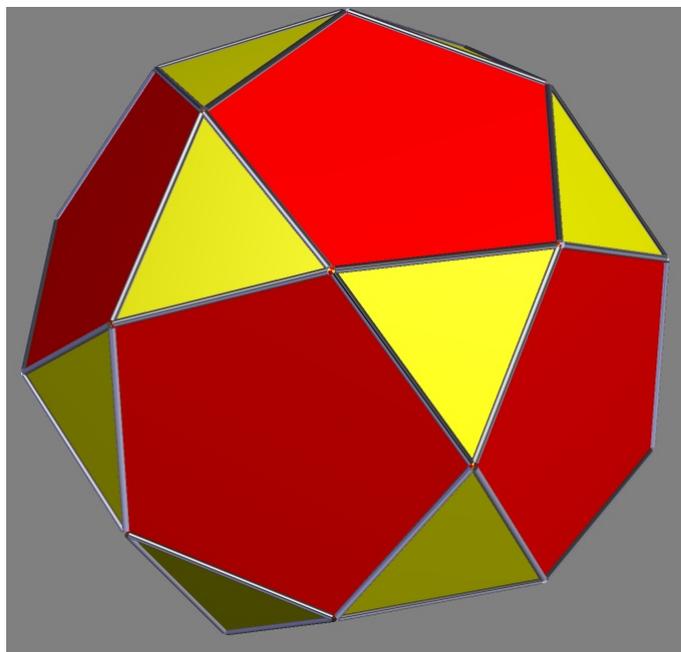
4.5 Icosaedro troncato e pentacisdodecaedro



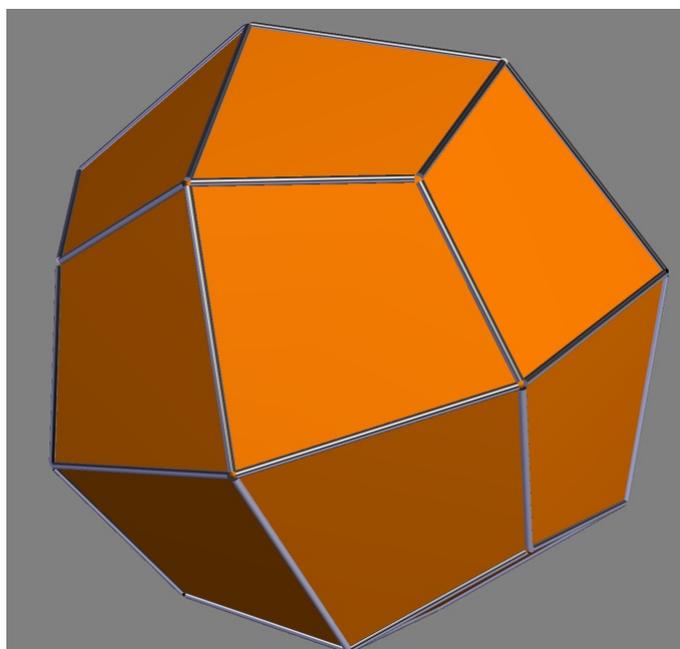
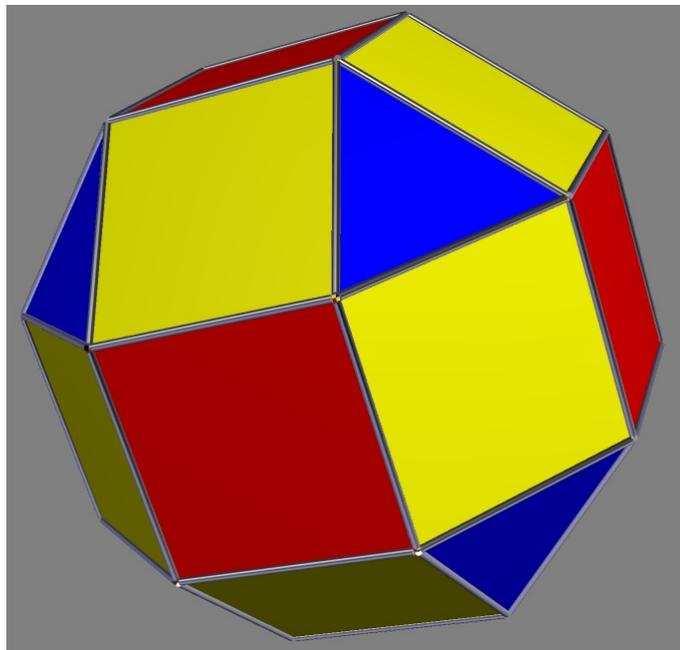
4.6 Cubottaedro e dodecaedro rombico



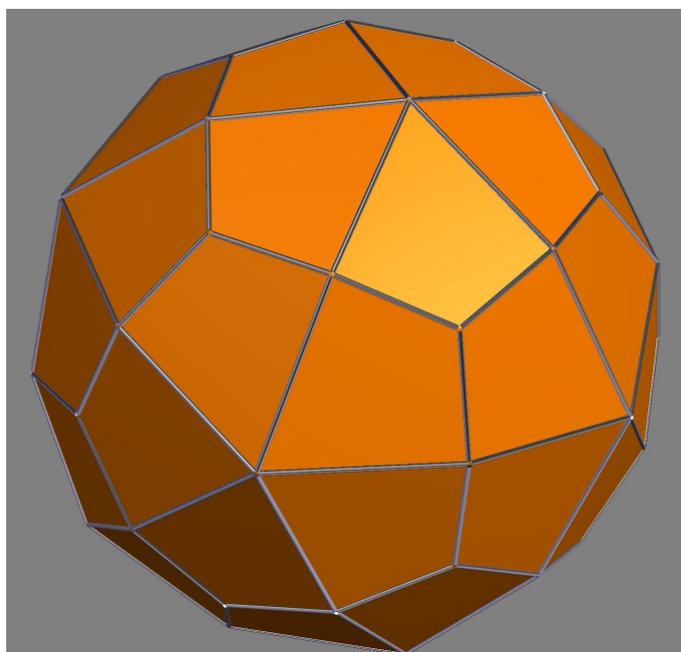
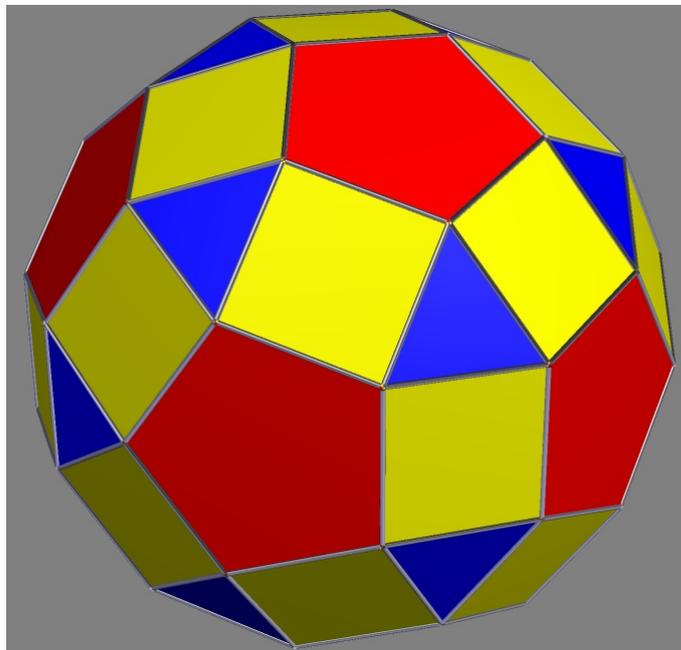
4.7 Icosidodecaedro e triacontaedro rombico



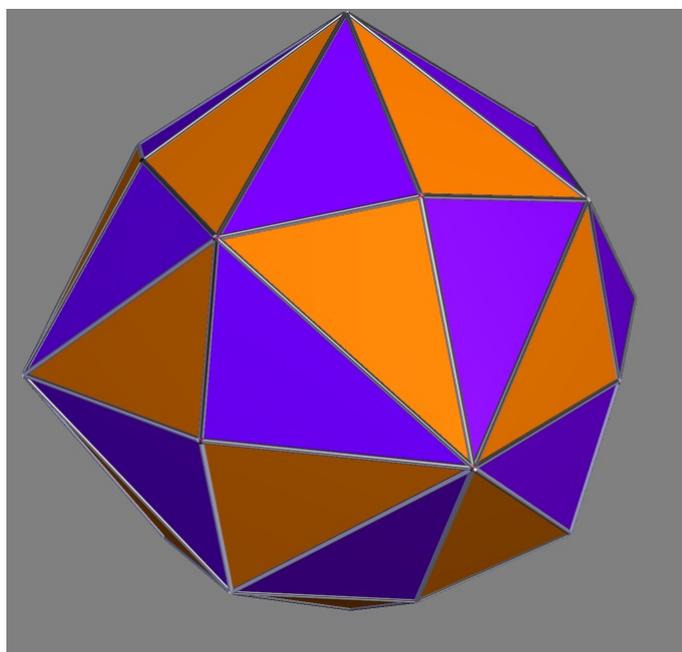
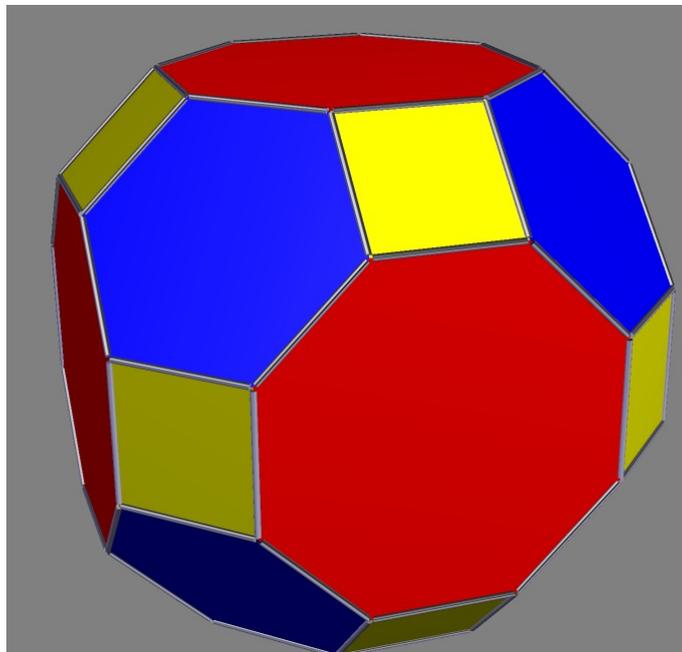
4.8 Rombicubottaedro e icositetraedro trapezoidale



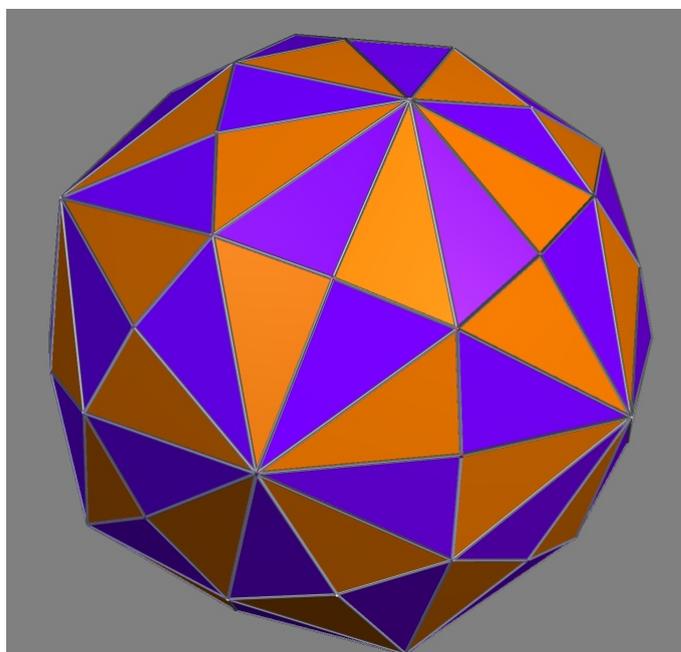
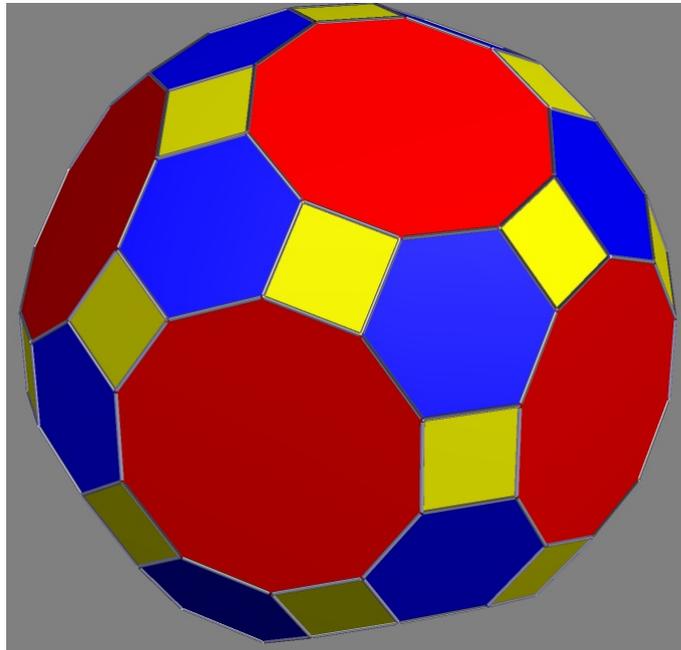
4.9 Rombicosidodecaedro e esacontaedro trapezoidale



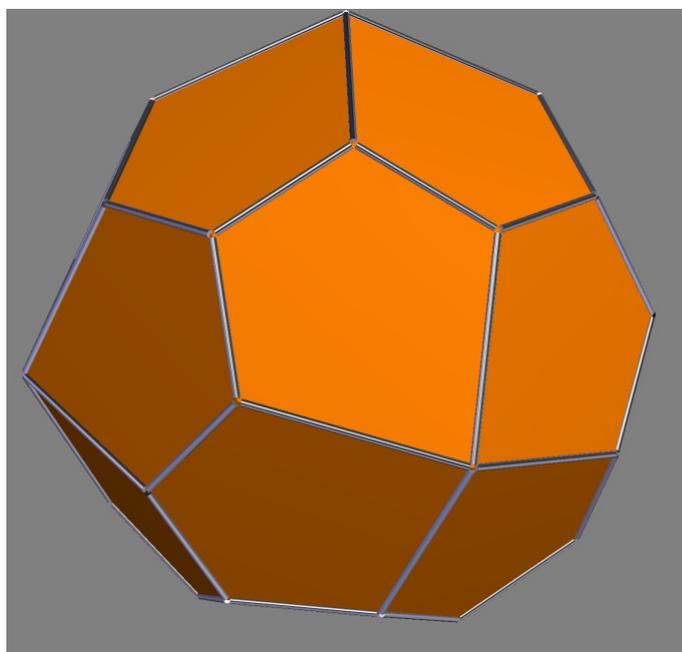
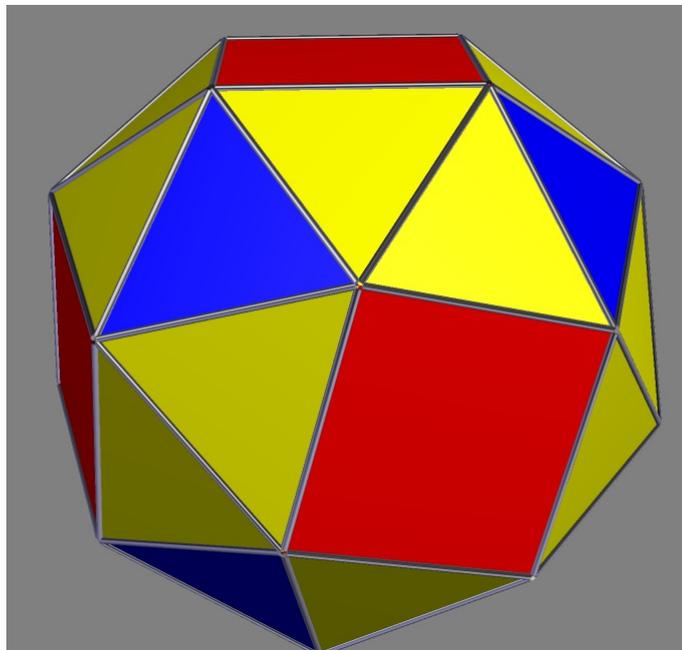
4.10 Cubottaedro troncato e esacisottaedro



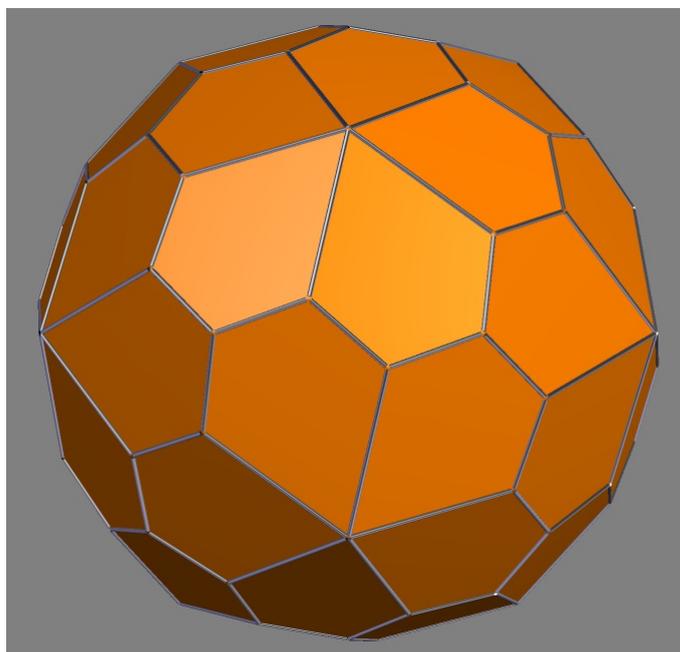
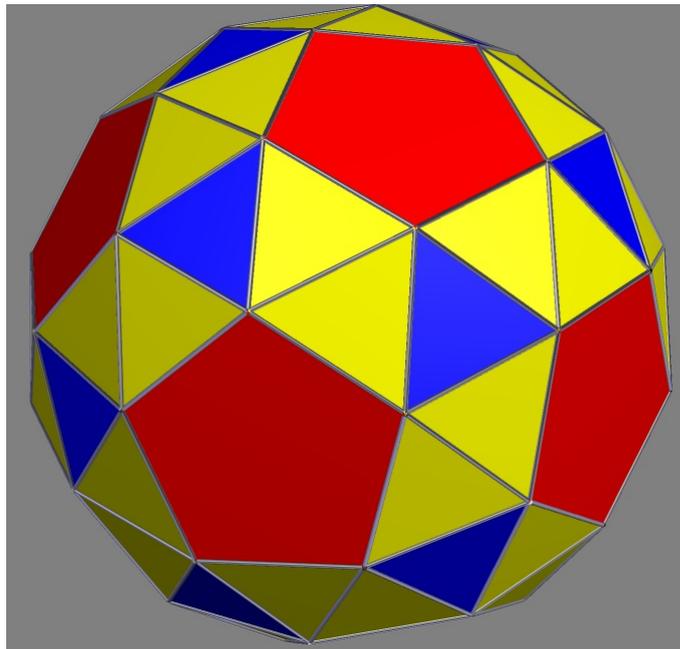
4.11 Icosidodecaedro troncato e esacisicosaedro



4.12 Cubo camuso e icositetraedro pentagonale

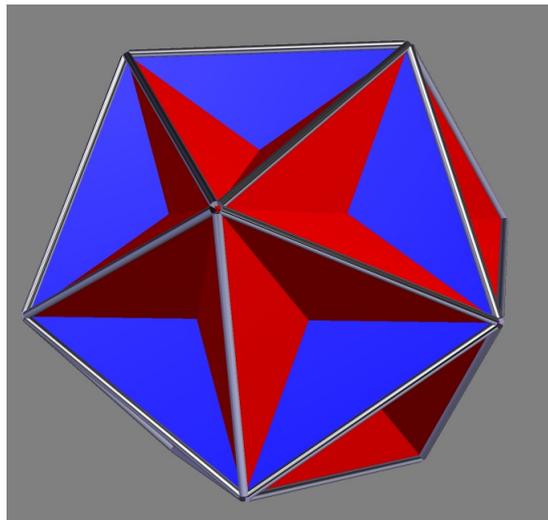
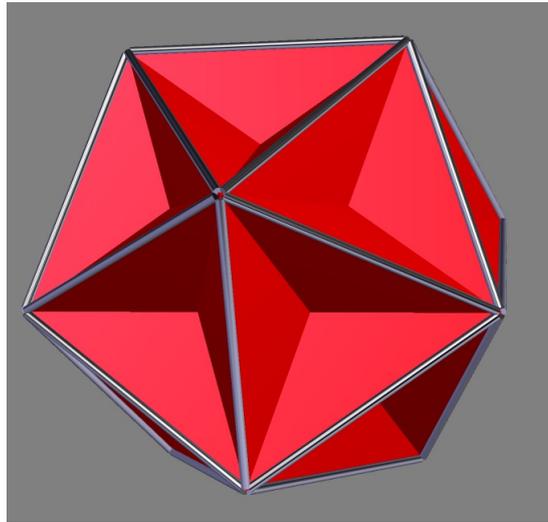


4.13 Dodecaedro camuso e esacontaedro pentagonale

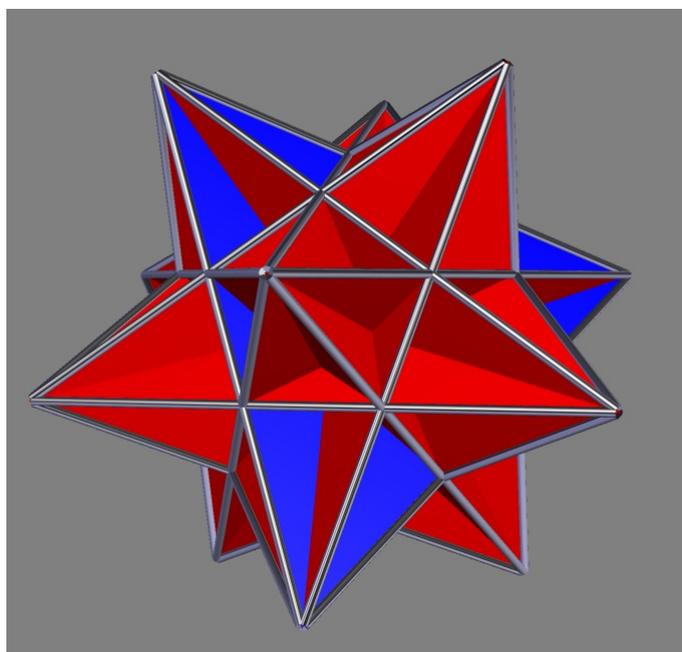
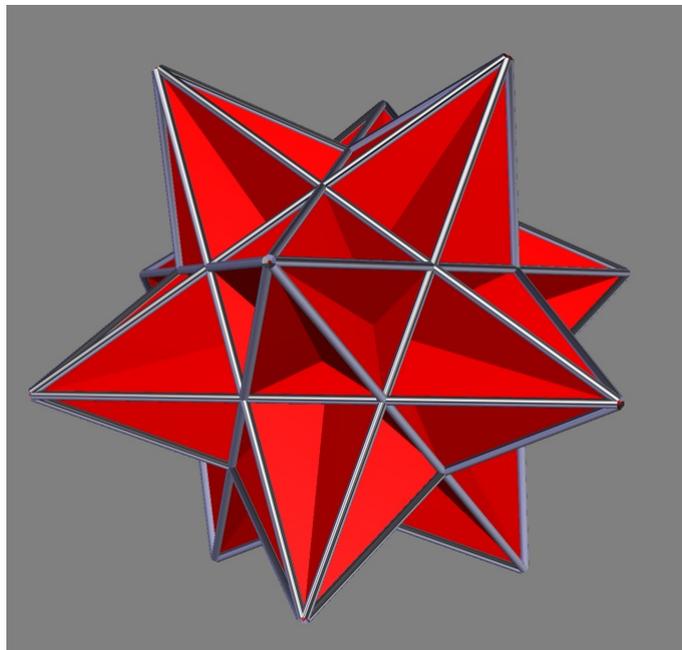


5 Solidi di Keplero-Poinsot

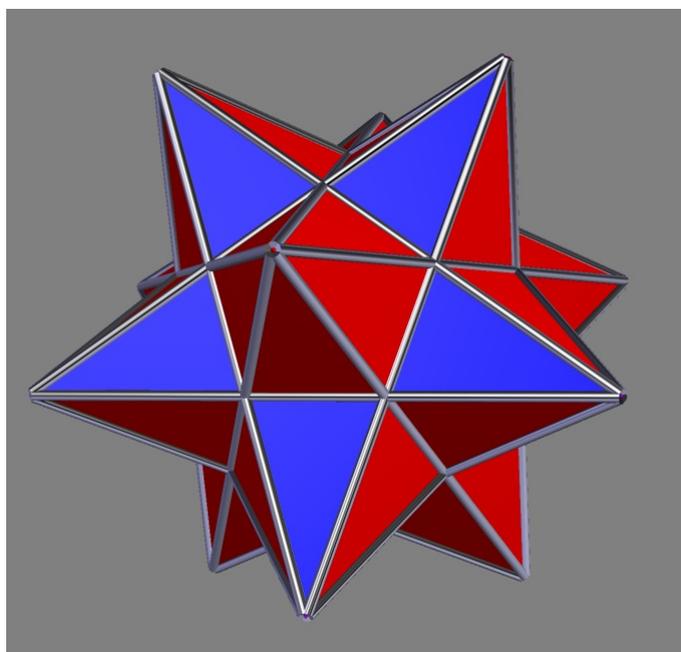
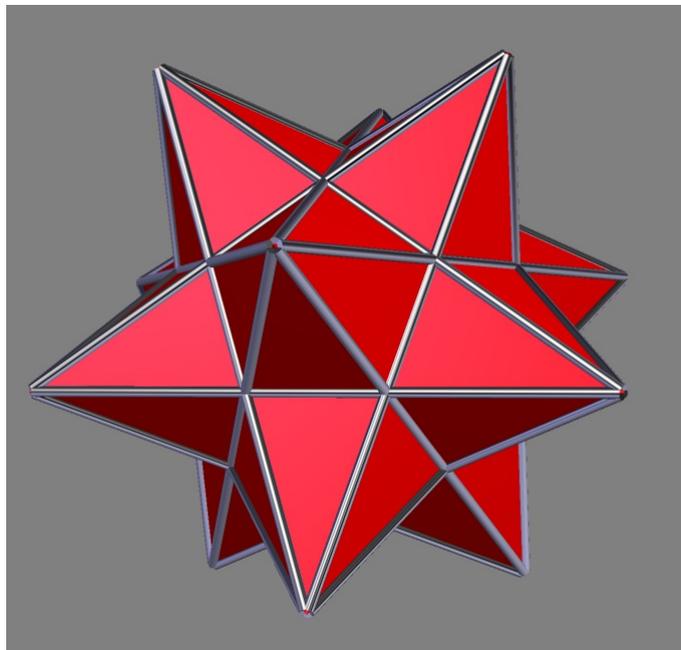
5.1 Il grande dodecaedro



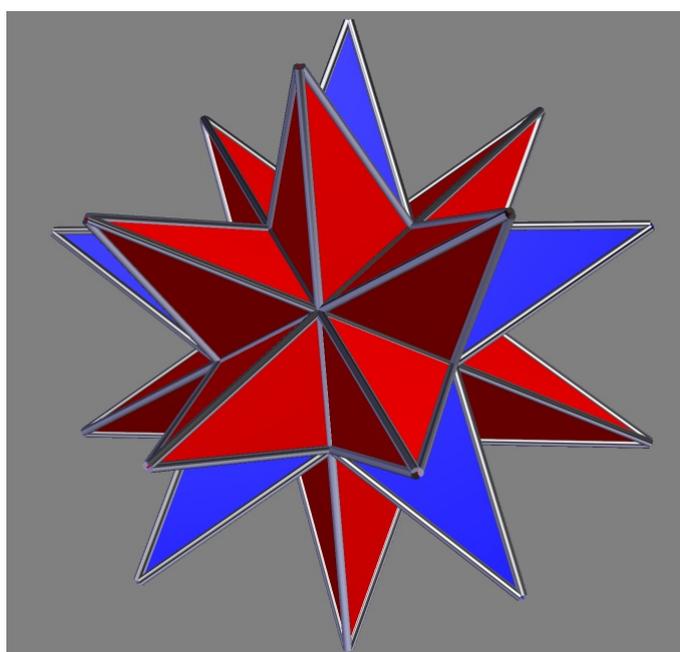
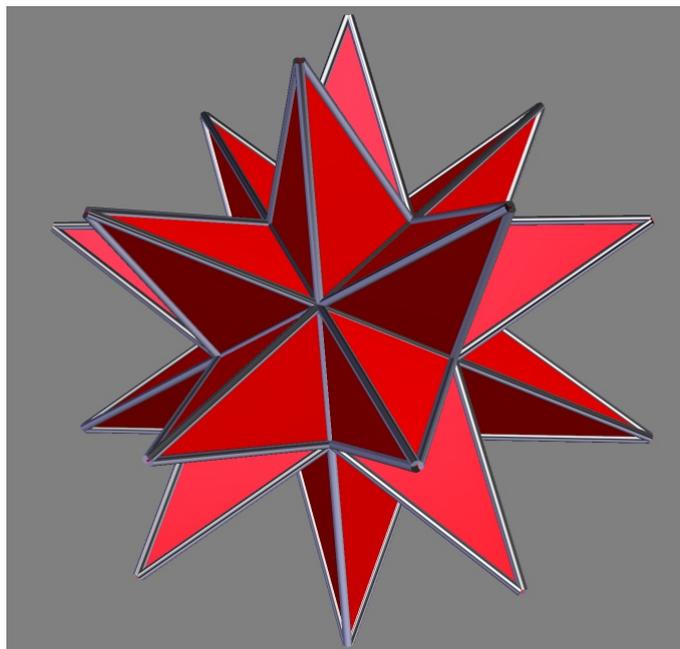
5.2 Il grande icosaedro



5.3 Il piccolo dodecaedro stellato



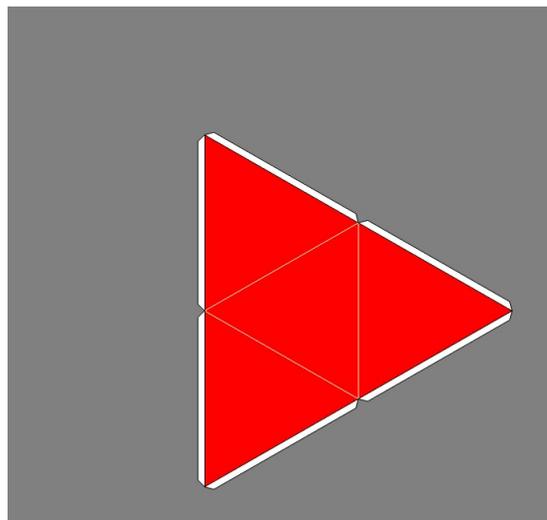
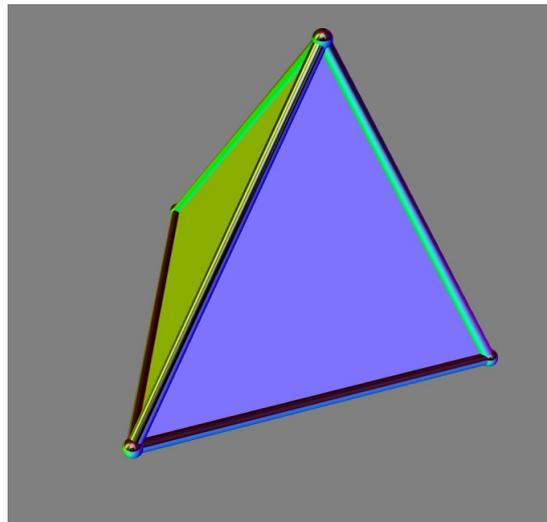
5.4 Il grande dodecaedro stellato



6 I deltaedri

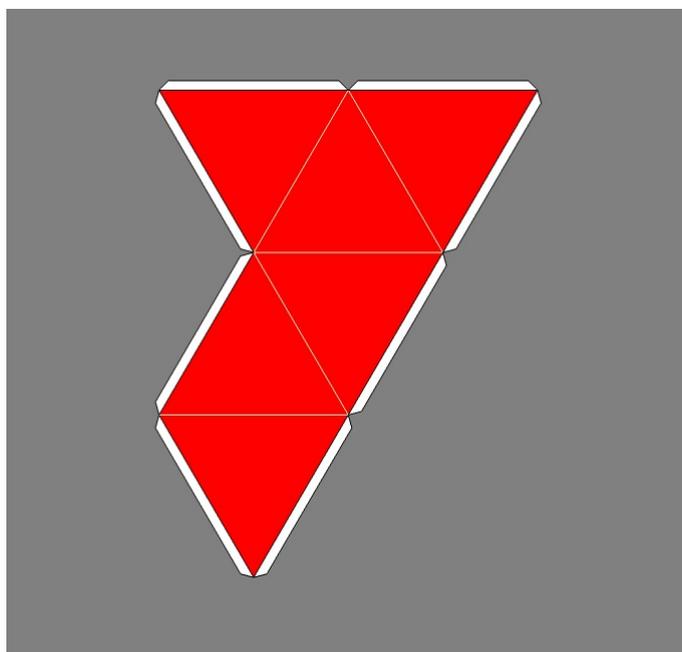
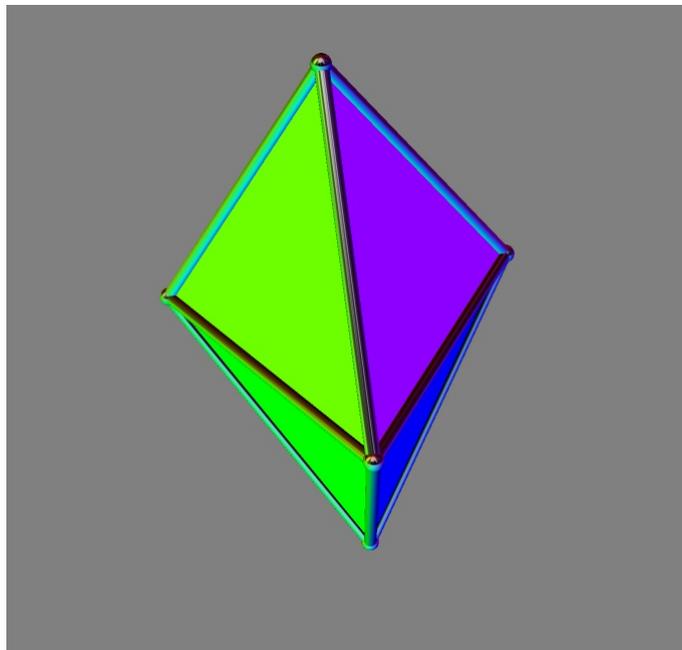
6.1 Il tetraedro regolare

Ha quattro facce triangolari equilateri.



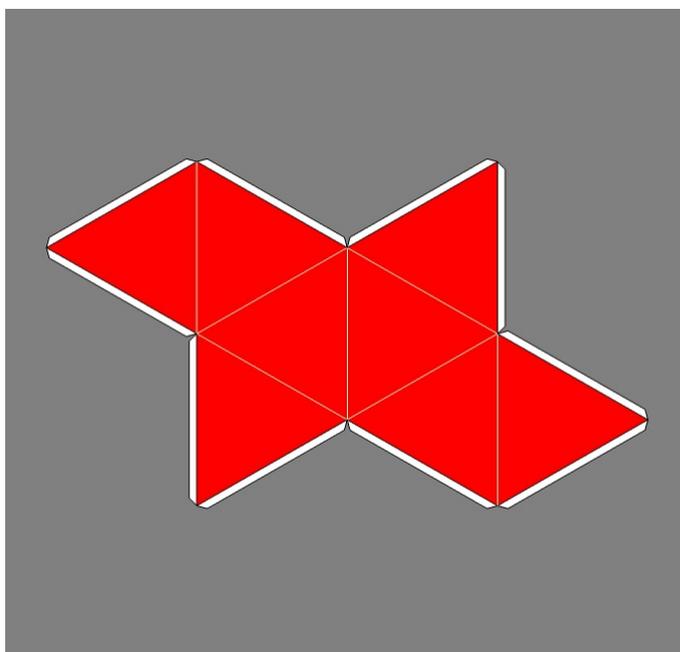
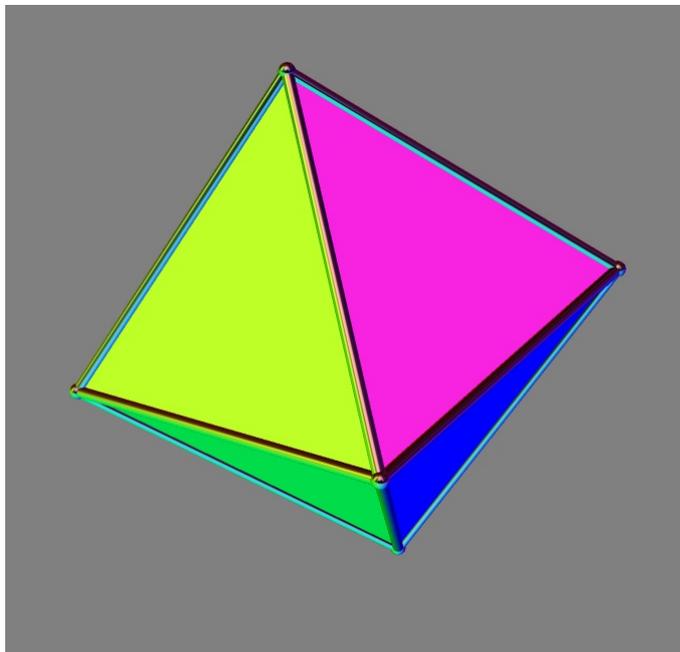
6.2 La dipiramide triangolare - J12

Ha sei facce triangolari equilateri.



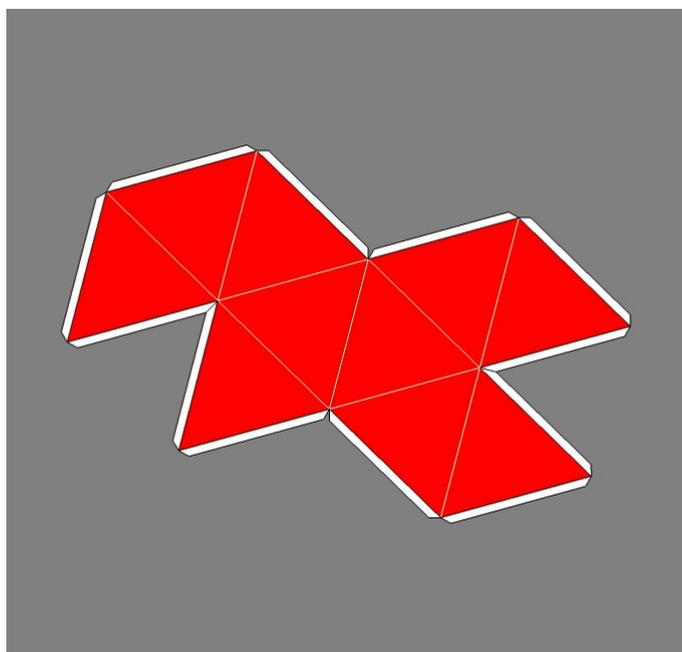
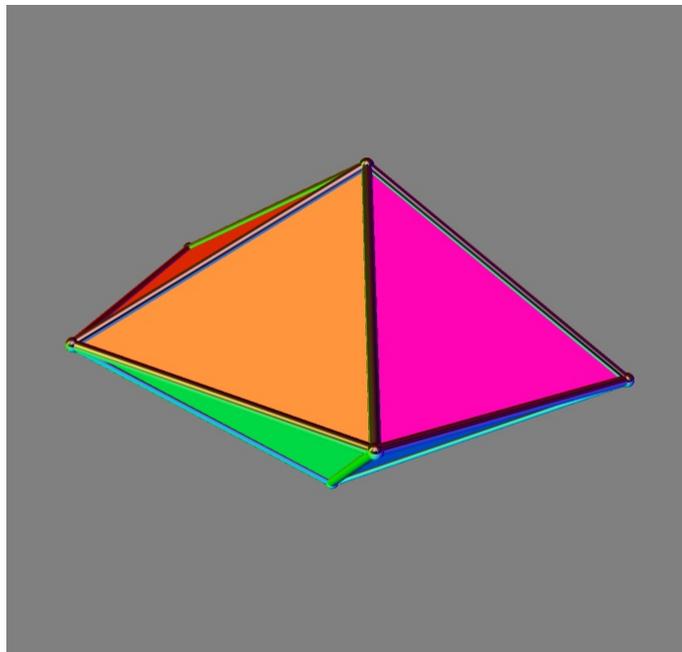
6.3 L'ottaedro regolare

Ha otto facce triangolari equilateri.



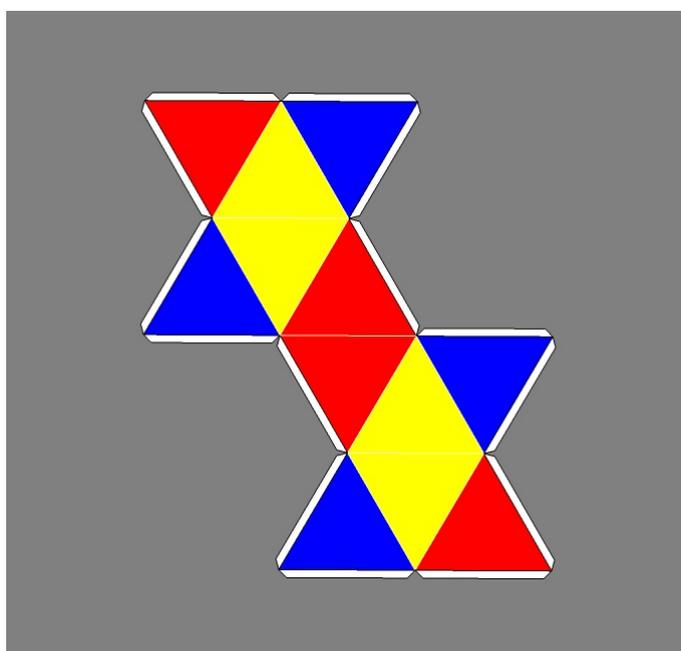
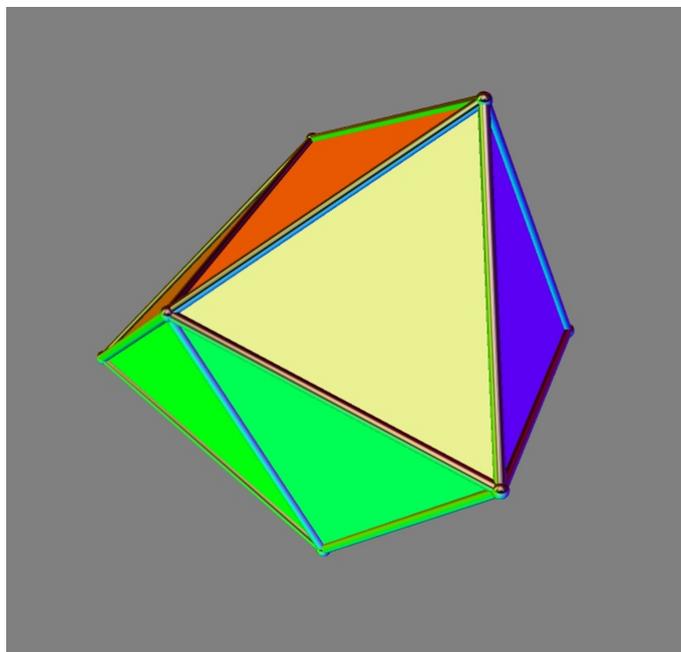
6.4 La dipiramide pentagonale - J13

Ha dieci facce triangolari equilateri.



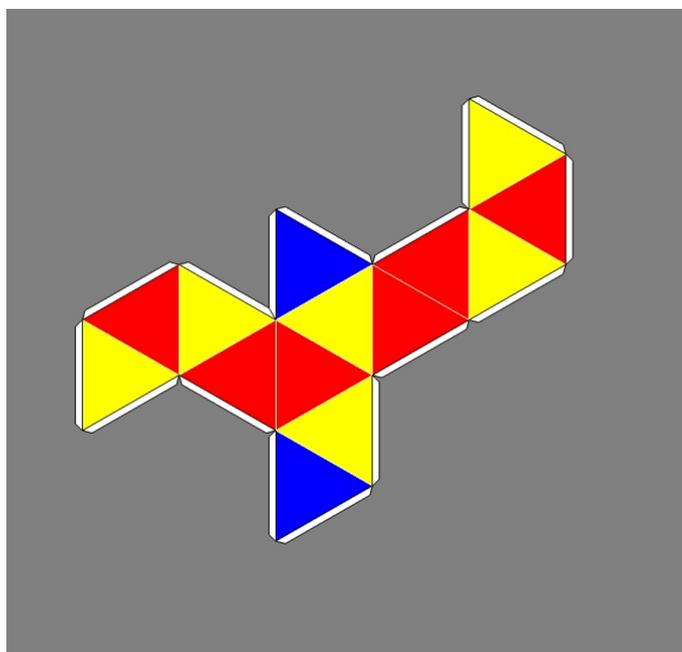
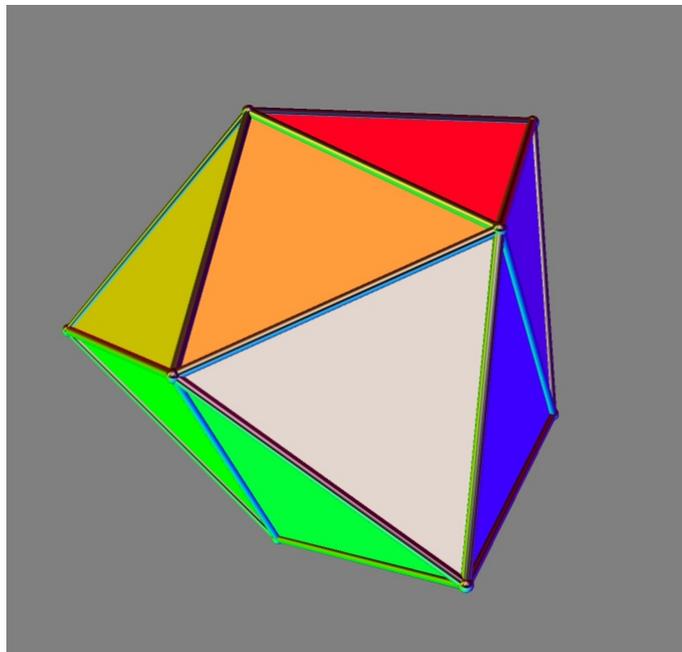
6.5 Il disfenoide camuso - J84

Ha dodici facce triangolari equilateri.



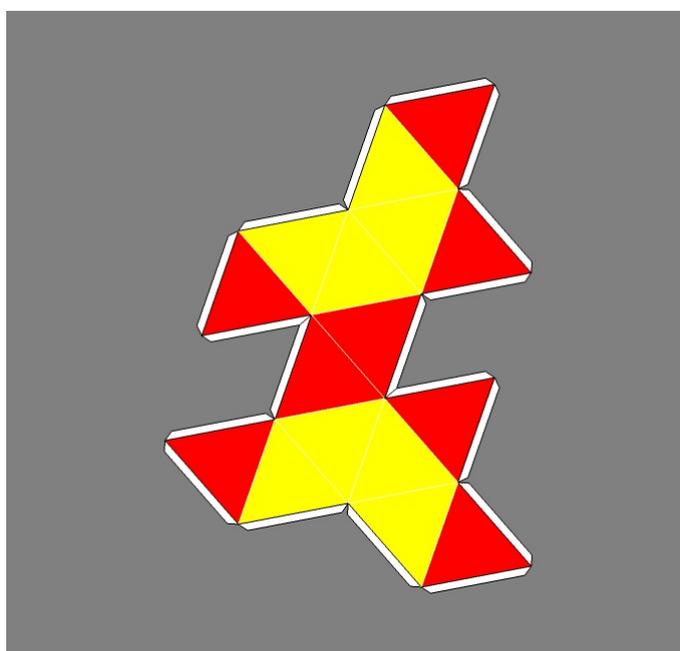
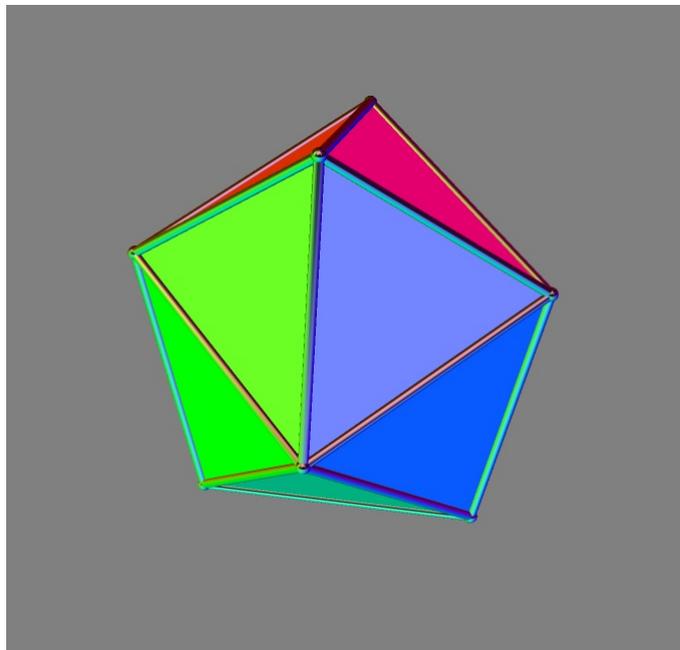
6.6 Il prisma triangolare triaumentato - J51

Ha quattordici facce triangolari equilateri.



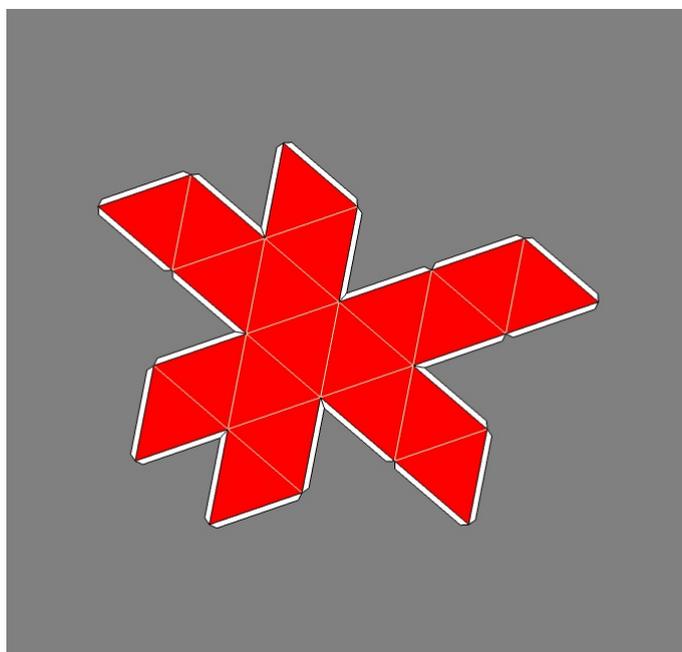
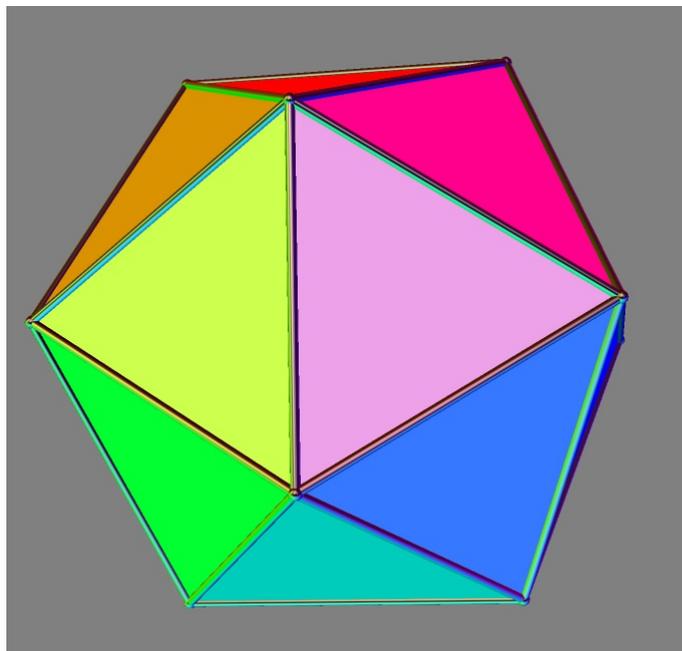
6.7 La dipiramide quadrata giroelongata - J17

Ha sedici facce triangolari equilateri.

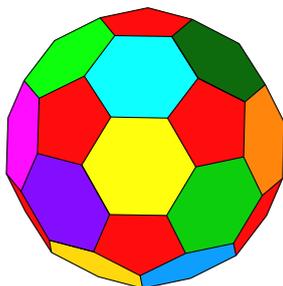
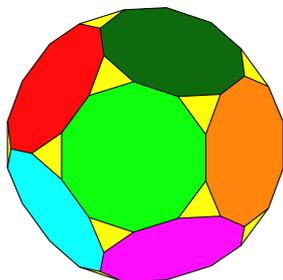
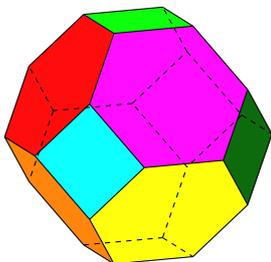
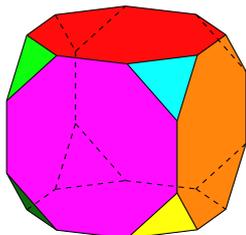
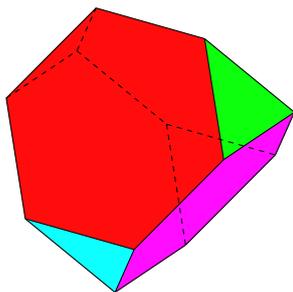


6.8 L'icosaedro regolare

Ha venti facce triangolari equilateri.



In ultima di copertina: *I cinque solidi archimedei ottenuti per troncatura debole dai solidi platonici: tetraedro troncato, cubo troncato, ottaedro troncato, dodecaedro troncato, icosaedro troncato.*



Immagini di Poliedri

Figure per il corso di Matematica per il Design - ISIA Pordenone

Luciano Battaia

<http://www.batmath.it>

Versione 1.0 del 13 novembre 2017

Questo fascicolo contiene alcune figure utilizzate per le lezioni del corso di Matematica per il Design tenuto per l'ISIA di Roma, sede distaccata di Pordenone, nell'A.A.2017-2018. Tranne pochissime eccezioni non sono presenti commenti, e spesso nemmeno le didascalie delle immagini. Il fascicolo è da considerare solo un supporto grafico alle lezioni.

Luciano Battaia

Già docente di matematica e fisica presso il Liceo Scientifico Grigoletti di Pordenone. Già titolare di corsi di insegnamento e di corsi di esercitazioni di Matematica di Base, Analisi Matematica, Istituzioni di Analisi, Matematica Generale, Matematica e Statistica, Matematica e Biomatematrica, Meccanica Razionale, Fisica Matematica, presso le Università di Padova, Trieste e Udine. Attualmente docente di Matematica presso l'Università Ca' Foscari di Venezia e di Matematica per il Design presso l'Istituto Superiore per le Industrie Artistiche di Roma, sede di Pordenone.