

Matematica per il Design 1 - A.A. 2021/2022

prof. Luciano Battaia

Esempi di domande per la prova scritta

Versione del 2 febbraio 2022, aggiornata all'ultima lezione.

- Dare la definizione di *Proposizione* e portare esempi di proposizioni vere e proposizioni false. Portare esempi di frasi che non possono essere ritenute proposizioni in senso logico, spiegandone il motivo.
- Che cosa si intende con *coniunzione* (“et”) di due proposizioni? Dire quando è vera e quando è falsa la proposizione ottenuta mediante congiunzione, portando almeno due esempi.
- Che cosa si intende con *disgiunzione* (“vel”) di due proposizioni? Dire quando è vera e quando è falsa la proposizione ottenuta mediante disgiunzione, portando almeno due esempi.
- Che cos'è l'insieme delle parti di un insieme? Se l'insieme ha n elementi, quanti ne ha il suo insieme delle parti? Qual è l'insieme delle parti dell'insieme vuoto? Costruire l'insieme delle parti di un insieme che abbia 5 elementi.
- Che cosa si intende con unione di due insiemi? E con intersezione? Se A e B sono non vuoti e diversi, spiegare quando si ha $A \cup B = A$ e quando $A \cap B = A$. È possibile che $A \cup B = \emptyset$? Portare almeno un esempio di proprietà dell'unione e dell'intersezione di insiemi che differenziano queste operazioni tra insiemi dalle operazioni di somma e prodotto di due numeri.
- Che cosa si intende con differenza di due insiemi? Spiegare quando $A \setminus B = A$ e quando $A \setminus B = \emptyset$. Portare almeno un esempio di proprietà della differenza tra insiemi che la rende diversa dalla differenza tra due numeri.
- Che cosa si intende con *partizione* di un insieme? Portare un esempio di partizione di un insieme costituito da 5 elementi, la quale partizione contenga esattamente 4 insiemi.
- Dati tre sottoinsiemi A, B, C di un insieme universo Ω , con $A \subset B$ e B e C disgiunti, costruire i costituenti, spiegando in anche qual è il massimo numero di costituenti che si può avere in un caso di tre sottoinsiemi.
- Che cosa intende con cardinalità di un insieme? È possibile che un insieme e un suo sottoinsieme proprio abbiano la stessa cardinalità? Considerare almeno un esempio. Qual è una caratteristica degli insiemi infiniti relativamente alla cardinalità?
- Spiegare che cosa sono le disposizioni semplici e costruire le disposizioni semplici di 4 oggetti a 3 a 3. Che differenza c'è tra disposizioni e combinazioni? Che cosa cambia se si passa dalle disposizioni semplici a quelle con ripetizione? Riportare le formula delle disposizioni semplici e con ripetizione di n oggetti di classe k .

-
- Spiegare che cosa sono le permutazioni semplici di un insieme di n elementi. Che cosa sono invece le permutazioni fra elementi non tutti distinti? Riportare la formula sia per le permutazioni semplici che per le permutazioni con ripetizione. Quante sono le permutazioni della parola "matematica", senza tenere conto del significato?
 - Spiegare che cosa sono le combinazioni semplici e costruire le combinazioni semplici di 4 oggetti a 3 a 3. Che differenza c'è tra disposizioni e combinazioni? Spiegare come si può ottenere la formula delle combinazioni da quella delle disposizioni.
 - Come si definisce la probabilità nell'approccio *classico* o *combinatorio*? Portare almeno un esempio.
 - Come si definisce la probabilità nell'approccio *frequentista* o *statistico*? Portare almeno un esempio.
 - Che cosa si intende con *probabilità soggettiva*? Portare almeno un esempio.
 - Il problema del compleanno e il paradosso del secondo figlio.
 - Cenno all'inferenza probabilistica. Spiegare la differenza tra ragionamento induttivo e ragionamento deduttivo al calcolo della somma degli angoli interni di un triangolo.
 - Introdurre la misura degli angoli in radianti e spiegare come questo ci consente di trattare angoli di ampiezza qualunque e anche di ampiezza negativa. Che relazione c'è tra la misura in gradi e la misura in radianti di un angolo? Spiegare perché la misura in gradi ha alcuni vantaggi rispetto alla misura in radianti.
 - Spiegare come si introduce il concetto di coordinate polari e che differenza c'è con le usuali coordinate cartesiane. Spiegare in particolare come si tratta il caso di coordinate polari $(r; \vartheta)$ con $r < 0$.
 - Grafici cartesiani di funzioni, di equazioni, parametrici. Spiegare la differenza tra i tre tipi di grafici. Portare esempi per ciascuno di essi. Qual è la differenza sostanziale che c'è tra i grafici di funzioni e gli altri due tipi?
 - Definire le coniche come sezioni. Spiegare la differenza tra la definizione di Menecmo e quella di Apollonio.
 - Proprietà focali delle coniche: definizione delle coniche mediante le proprietà focali.
 - Dare la definizione di curvatura di una curva, di centro di curvatura e di circonferenza osculatrice. Che proprietà ha la circonferenza osculatrice rispetto alle altre circonferenze tangenti ad una curva in un punto?
 - La proprietà di similitudine delle parabole.
 - Che cosa sono le caustiche di riflessione? Trattare il caso della cardioide come caustica di riflessione di una circonferenza, spiegando dove viene messa la sorgente e come si trova il raggio riflesso sui vari punti della circonferenza.
 - Che cos'è il nastro di Moebius? Come si costruisce a partire da una striscia rettangolare? Che differenza c'è tra il nastro di Moebius e il cilindro che si può costruire con la stessa striscia rettangolare? Che cos'è la bottiglia di Klein? Che cosa la distingue da una sfera?
 - Dare la definizione di sezione aurea di un segmento e spiegare come si ottiene il rapporto aureo φ . Spiegare la costruzione della sezione aurea con riga e compasso.
 - Come si ottiene la successione di Fibonacci dal rapporto aureo φ ? Trattare almeno due proprietà della sezione aurea.
 - Che cos'è un rettangolo aureo? Come si può scomporre un rettangolo aureo in quadrati fino ad ottenere l'“occhio di Dio” di Clifford Pickover? Perché il foglio di formato A4 ha le dimensioni di 297 mm \times 210 mm?
 - Come viene introdotta da Leonardo Pisano la successione di Fibonacci da un problema di riproduzione di una coppia di conigli? Come si può trovare la successione di Fibonacci nel-

-
- l'albero genealogico di un fuco? Come si può usare la successione di Fibonacci per dividere un quadrato di lato opportuno in rettangoli a lati interi?
- Che cos'è un triangolo aureo? Spiegare come si costruisce un triangolo aureo con riga e compasso e come da esso si può poi costruire il pentagono regolare. Una volta costruito il pentagono, come si costruisce il decagono regolare?
 - Quali sono i primi poligoni regolari non costruibili con riga e compasso? Come si costruisce l'esagono regolare iscritto in una circonferenza? Spiegare come si costruisce con riga e compasso il poligono di 17 lati.
 - La spirale di Archimede: equazione e proprietà. Le spirali logaritmiche: equazione e proprietà. La spirale aurea: equazione e legami con il rettangolo aureo e la sua decomposizione in quadrati. La pseudospirale aurea. La spirale di Fibonacci.
 - Che cos'è una isometria e quali sono le principali isometrie del piano? Che cosa si intende con rosone, fregio, mosaico?
 - Dato un insieme di punti spiegare la differenza tra curve approssimanti e curve interpolanti. Cosa significa che due rami di una curva approssimante devono avere un grado di regolarità C^0 , C^1 , C^2 ? Che cos'è il poligono di Bezièr per una curva? Quali sono le caratteristiche e i limiti delle curve di Bezièr?