

## Matematica per il Design 2 - A.A. 2021/2022

prof. Luciano Battaia

### Esempi di domande per la prova scritta

Versione del 31 gennaio 2022, aggiornata all'ultima lezione.

- Spiegare perché nel Timeo di Platone si decompone il triangolo equilatero in sei triangoli rettangoli (scaleni) anziché solo in due e analogamente perché si decompone il quadrato in quattro triangoli rettangoli isosceli anziché in due.
- Spiegare perché una coppia di piramidi unite per il vertice non è considerato un poliedro secondo la definizione abituale.
- Che cos'è un poliedro regolare? Indicare quali sono e quali sono le loro caratteristiche essenziali.
- Che cos'è il duale di un poliedro regolare? Spiegare le relazioni di dualità tra i poliedri regolari e indicare come si può costruire il duale di un poliedro.
- Che cosa sono i poliedri elevati e da chi fu introdotta questa tecnica di modifica dei poliedri regolari?
- Che cosa sono le tassellazioni regolari sulla sfera e come sono legate ai poliedri regolari? Che differenza c'è tra la sfera e il piano riguardo alle tassellazioni con pentagoni regolari?
- Che cos'è una *retta* sulla sfera? Che differenza c'è riguardo ai criteri di uguaglianza dei triangoli tra la sfera e il piano?
- Come si può tassellare lo spazio con poliedri regolari?
- Come si possono definire i poligoni regolari e poliedri regolari a partire dalle circonferenze e sfere inscritte e circoscritte? Esemplicare con figure il caso dei poligoni.
- Spiegare qual è la particolarità dei tetraedri rispetto alle diagonali e agli spigoli comuni a due facce. Chi sono i "parenti" del tetraedro e in che cosa consiste la vicinanza di questi poliedri al tetraedro?
- Che cos'è un poliedro di Archimede? Quali sono i metodi per ottenere i poliedri di Archimede da quelli di Platone?
- Che cos'è il problema dei dittatori nemici? Indicare le soluzioni ai casi più importanti trattati.
- Che cos'è un poliedro di Goldberg? Spiegare perché ci devono essere esattamente dodici facce pentagonali. Che legame c'è tra i poliedri di Goldberg e le sfere geodetiche? Tra i solidi regolari esistono poliedri di Goldberg e sfere geodetiche? E tra i solidi di Archimede? Cosa c'entra il pallone da calcio con i poliedri di Goldberg?
- Che cos'è il cubottaedro? Che proprietà ha, simile a una proprietà dell'esagono regolare? Come si impacchettano, al meglio, sette circonferenze nel piano e tredici sfere nello spazio. Che cosa succede se si passa da tredici a dodici sfere?

- 
- Introdurre la misura degli angoli in radianti e spiegare come questo ci consente di trattare angoli di ampiezza qualunque e anche di ampiezza negativa. Che relazione c'è tra la misura in gradi e la misura in radianti di un angolo? Spiegare perché la misura in gradi ha alcuni vantaggi rispetto alla misura in radianti.
  - Spiegare come si introduce il concetto di coordinate polari e che differenza c'è con le usuali coordinate cartesiane. Spiegare in particolare come si tratta il caso di coordinate polari  $(r; \theta)$  con  $r < 0$ .
  - Grafici cartesiani di funzioni, di equazioni, parametrici. Spiegare la differenza tra i tre tipi di grafici. Portare esempi per ciascuno di essi. Qual è la differenza sostanziale che c'è tra i grafici di funzioni e gli altri due tipi?
  - Che cos'è la spirale di Archimede e qual è la sua caratteristica essenziale. Che legame c'è tra questa curva e la retta  $y = x$  in coordinate cartesiane?
  - Definire le coniche come sezioni. Spiegare la differenza tra la definizione di Menecmo e quella di Apollonio.
  - Proprietà focali delle coniche: definizione delle coniche mediante le proprietà focali.
  - Dare la definizione di curvatura di una curva, di centro di curvatura e di circonferenza osculatrice. Che proprietà ha la circonferenza osculatrice rispetto alle altre circonferenze tangenti ad una curva in un punto?
  - La proprietà di similitudine delle parabole.
  - Che cosa sono le caustiche di riflessione? Trattare il caso della cardioide come caustica di riflessione di una circonferenza, spiegando dove viene messa la sorgente e come si trova il raggio riflesso sui vari punti della circonferenza.
  - Che cos'è il nastro di Moebius? Come si costruisce a partire da una striscia rettangolare? Che differenza c'è tra il nastro di Moebius e il cilindro che si può costruire con la stessa striscia rettangolare? Che cos'è la bottiglia di Klein? Che cosa la distingue da una sfera?
  - Ipercubo: Come si arriva a concepire un ipercubo a partire da un segmento, un quadrato, un cubo? Come si può concepire una proiezione 3D (e poi 2D) di un ipercubo, in analogia con una opportuna proiezione 2D di un cubo?
  - Dare la definizione di sezione aurea di un segmento e spiegare come si ottiene il rapporto aureo  $\varphi$ . Spiegare la costruzione della sezione aurea con riga e compasso.
  - Come si ottiene la successione di Fibonacci dal rapporto aureo  $\varphi$ ? Trattare almeno due proprietà della sezione aurea.
  - Che cos'è un rettangolo aureo? Come si può scomporre un rettangolo aureo in quadrati fino ad ottenere l'“occhio di Dio” di Clifford Pickover? Perché il foglio di formato A4 ha le dimensioni di 297 mm  $\times$  210 mm?
  - Come viene introdotta da Leonardo Pisano la successione di Fibonacci da un problema di riproduzione di una coppia di conigli? Come si può trovare la successione di Fibonacci nell'albero genealogico di un fuco? Come si può usare la successione di Fibonacci per dividere un quadrato di lato opportuno in rettangoli a lati interi?
  - Che cos'è un triangolo aureo? Spiegare come si costruisce un triangolo aureo con riga e compasso e come da esso si può poi costruire il pentagono regolare. Una volta costruito il pentagono, come si costruisce il decagono regolare?
  - Quali sono i primi poligoni regolari non costruibili con riga e compasso? Come si costruisce l'esagono regolare iscritto in una circonferenza? Spiegare come si costruisce con riga e compasso il poligono di 17 lati.
  - Come si può costruire un dodecaedro a partire da tre rettangoli aurei? Come sono legati gli anelli di Borromeo a questi rettangoli aurei?

- 
- Spiegare la costruzione della pseudospirale aurea e che differenze ci sono con la spirale aurea. Spiegare la costruzione della spirale di Fibonacci.
  - Dato un insieme di punti spiegare la differenza tra curve approssimanti e curve interpolanti. Cosa significa che due rami di una curva approssimante devono avere un grado di regolarità  $C^0$ ,  $C^1$ ,  $C^2$ ? Che cos'è il poligono di Bezier per una curva? Quali sono le caratteristiche e i limiti delle curve di Bezier?