

Università Ca' Foscari di Venezia
Corso Estivo di Matematica/Mathematics

Tema di Matematica/Mathematics - Prof. Luciano Battaia

2 agosto 2018

Cognome: _____ Nome: _____

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Firma **leggibile** dello studente: _____

Istruzioni.

1. Non è consentito l'uso di calcolatrici programmabili e/o grafiche.
2. Non sono ammessi dispositivi di comunicazione di alcun tipo.
3. Ogni esercizio correttamente risolto vale 6 punti. La risposta deve essere motivata e argomentata con calcoli e richiami di risultati teorici, altrimenti verrà assegnato punteggio nullo.
4. Consegnare al docente solo i fogli di questo fascicolo: tutti i calcoli e le spiegazioni devono essere scritti su questi fogli.

Valutazione (per il docente)

Es.1	
Es.2	
Es.3	
Es.4	
Es.5	

Esercizio 1. Data la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} -2x^3 + x^2 + a, & \text{if } x \geq 0; \\ e^{bx} - x, & \text{if } x < 0. \end{cases}$$

- Trovare a e b in modo che la funzione sia ovunque continua e derivabile.
- Trovare i limiti di f per $x \rightarrow \pm\infty$.
- Trovare i punti di massimo e minimo locale di f .
- Calcolare

$$\int_{-1}^1 f(x) dx.$$

Risposte.

- $a = 1, b = 1$.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.
- $x = 0$ punto di minimo locale; $x = 1/3$ punto di massimo locale.
- $\frac{7}{3} - \frac{1}{e}$

□

Esercizio 2. Considerata la funzione di due variabili

$$f(x,y) = 6xy - x^3 - y^2,$$

trovarne tutti gli eventuali punti di massimo, minimo, sella.

Risposte. $(0,0)$ è un punto di sella; $(6,18)$ è un punto di massimo locale.

□

Esercizio 3. *Data la funzione*

$$f(x, y) = x - y + 2,$$

calcolarne il massimo e minimo assoluto nel quadrato chiuso avente vertici nei punti $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$, $C = (1, 1)$, $D = (0, 1)$.

Risposte. Il minimo assoluto vale 1, ed è raggiunto nel punto D, il massimo assoluto vale 3 ed è raggiunto nel punto B. □

Esercizio 4. *Si consideri il sistema lineare*

$$\begin{cases} x - y - 2z = -1 \\ 2x + y - 2z = -4 \\ 4x - y - 4z = -2 \end{cases} .$$

Provare che esso è compatibile e trovarne le soluzioni con la regola di Cramer.

Risposte. La matrice incompleta ha determinante 6, quindi il sistema è quadrato e non singolare.

Si ha: $x = 1, y = -2, z = 2$. □

Esercizio 5. *Date le matrici*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},$$

provare che

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$$

Risposte.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}.$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}.$$

$$AB = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$(AB)^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & 0 \end{pmatrix}.$$

$$B^{-1}A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & 0 \end{pmatrix}.$$

□