

# Università degli studi di Udine - Sede di Pordenone

Facoltà di Scienze della Formazione - Corso di Laurea in STM

Corso di Matematica e Statistica

Prima prova parziale A.A.2009/2010 - 20 novembre 2009

Cognome: 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Nome: 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Matr: 

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

N.B. Il tema contiene 12 domande, con un punteggio massimo di 2.5 punti a domanda.

## Esercizio 1

Esplicitare la scrittura seguente e calcolarne il valore:  $\sum_{i=1}^3 \left( \prod_{j=2}^4 (i - j) \right)$ .

## Esercizio 2

Sia dato l'insieme  $A = \{1\}$ . Scrivere l'insieme  $\mathcal{P}(\mathcal{P}(A))$ .

## Esercizio 3

Semplificare fin dove possibile la seguente espressione contenente valori assoluti (*non* usare valori approssimati per i radicali!).

$$|1 - \sqrt{2}| + |\sqrt{3} + 1|$$

## Esercizio 4

Usando solo le funzioni elementari, e senza l'uso di limiti e derivate, tracciare il grafico della seguente funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{se } x < 0 \\ 2x, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

## Esercizio 5

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, calcolare:

1.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

4.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

5.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

**Esercizio 6**

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, dire se  $f$  è iniettiva, suriettiva, biunivoca, giustificando le risposte.

**Esercizio 7**

Eseguire, se possibile, i seguenti calcoli sulla retta reale estesa; se non possibile spiegare perché.

$$\frac{(+\infty) + (-\infty)(-2)}{3 - (+\infty)} =$$

**Esercizio 8**

Calcolare, usando la regola di l'Hôpital, il seguente limite, spiegando perché la regola stessa si può applicare.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3} =$$

**Esercizio 9**

Trovare gli eventuali asintoti orizzontali e verticali della funzione seguente. Se non esistono asintoti del tipo richiesto, spiegare perché.

$$f(x) = \frac{2x + 1}{6 - 3x}.$$

**Esercizio 10**

Trovare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione seguente, nel punto di ascissa 1.

$$f(x) = x^3 + 2x.$$

**Esercizio 11**

Verificare se il seguente integrale indefinito è corretto o no, spiegando il motivo.

$$\int x \sin(x^2) dx = -\cos(x^2) + c.$$

**Esercizio 12**

Calcolare l'area della regione finita di piano compresa tra l'asse delle ascisse, le rette  $x = 1$  e  $x = 2$  e il grafico della funzione seguente. Rappresentare graficamente quest'area.

$$f(x) = \sqrt{x}.$$

# Università degli studi di Udine - Sede di Pordenone

Facoltà di Scienze della Formazione - Corso di Laurea in STM

Corso di Matematica e Statistica

Prima prova parziale A.A.2009/2010 - 20 novembre 2009

|                 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-----------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| <b>Cognome:</b> |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Nome:</b>    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Matr:</b>    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

N.B. Il tema contiene 12 domande, con un punteggio massimo di 2.5 punti a domanda.

## Esercizio 1

Esplicitare la scrittura seguente e calcolarne il valore:  $\sum_{i=1}^3 \left( \prod_{j=2}^4 (j - i) \right)$ .

## Esercizio 2

Sia dato l'insieme  $A = \{1, 2, 3\}$ . Scrivere l'insieme  $\mathcal{P}(A)$ .

## Esercizio 3

Semplificare fin dove possibile la seguente espressione contenente valori assoluti (*non* usare valori approssimati per i radicali!).

$$\left| -1 - \sqrt{2} \right| + \left| \sqrt{2} \right|.$$

## Esercizio 4

Usando solo le funzioni elementari, e senza l'uso di limiti e derivate, tracciare il grafico della seguente funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x < 0 \\ x + 1, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}.$$

## Esercizio 5

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, calcolare:

1.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

4.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

5.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

**Esercizio 6**

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, dire se  $f$  è iniettiva, suriettiva, biunivoca, giustificando le risposte.

**Esercizio 7**

Eseguire, se possibile, i seguenti calcoli sulla retta reale estesa; se non possibile spiegare perché.

$$\frac{(+\infty) + 3}{0^+} = \frac{+\infty}{+\infty} + 1$$

**Esercizio 8**

Calcolare, usando la regola di l'Hôpital, il seguente limite, spiegando perché la regola stessa si può applicare.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x}{x + 1} =$$

**Esercizio 9**

Trovare gli eventuali asintoti orizzontali e verticali della funzione seguente. Se non esistono asintoti del tipo richiesto, spiegare perché.

$$f(x) = \frac{1 - 2x}{2x + 1}.$$

**Esercizio 10**

Trovare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione seguente, nel punto di ascissa 1.

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 1.$$

**Esercizio 11**

Verificare se il seguente integrale indefinito è corretto o no, spiegando il motivo.

$$\int \frac{x}{x^2 + 2} dx = \ln(x^2 + 2) + c.$$

**Esercizio 12**

Calcolare l'area della regione finita di piano compresa tra l'asse delle ascisse, le rette  $x = 1$  e  $x = 2$  e il grafico della funzione seguente. Rappresentare graficamente quest'area.

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

## Università degli studi di Udine - Sede di Pordenone

Facoltà di Scienze della Formazione - Corso di Laurea in STM

Corso di Matematica e Statistica

Prima prova parziale A.A.2009/2010 - 20 novembre 2009

|                 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-----------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| <b>Cognome:</b> |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Nome:</b>    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Matr:</b>    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

N.B. Il tema contiene 12 domande, con un punteggio massimo di 2.5 punti a domanda.

### Esercizio 1

Esplicitare la scrittura seguente e calcolarne il valore:  $\prod_{i=2}^4 \left( \sum_{j=2}^4 (i+j) \right)$ .

### Esercizio 2

Siano dati gli insiemi  $A = \{a, b, c\}$  e  $B = \{a, c\}$ . Scrivere gli insiemi  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ .

### Esercizio 3

Semplificare fin dove possibile la seguente espressione contenente valori assoluti (*non* usare valori approssimati per i radicali!).

$$|\sqrt{3} - 1| + |1 - \sqrt{3}|.$$

### Esercizio 4

Usando solo le funzioni elementari, e senza l'uso di limiti e derivate, tracciare il grafico della seguente funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1}{x}, & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

### Esercizio 5

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, calcolare:

1.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$$

$$5. \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

### Esercizio 6

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, dire se  $f$  è iniettiva, suriettiva, biunivoca, giustificando le risposte.

### Esercizio 7

Eseguire, se possibile, i seguenti calcoli sulla retta reale estesa; se non possibile spiegare perché.

$$\frac{\frac{1}{+\infty} + \frac{1}{-\infty}}{\frac{3}{-\infty} - \frac{5}{+\infty}} =$$

### Esercizio 8

Calcolare, usando la regola di l'Hôpital, il seguente limite, spiegando perché la regola stessa si può applicare.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + x^2 + x^3}{1 - x} =$$

### Esercizio 9

Trovare gli eventuali asintoti orizzontali e verticali della funzione seguente. Se non esistono asintoti del tipo richiesto, spiegare perché.

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{3x^2 + 2}.$$

### Esercizio 10

Trovare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione seguente, nel punto di ascissa 1.

$$f(x) = x + \frac{1}{x}.$$

### Esercizio 11

Verificare se il seguente integrale indefinito è corretto o no, spiegando il motivo.

$$\int x^2 e^{x^3} dx = e^{x^3} + c.$$

### Esercizio 12

Calcolare l'area della regione finita di piano compresa tra l'asse delle ascisse, le rette  $x = 1$  e  $x = 2$  e il grafico della funzione seguente. Rappresentare graficamente quest'area.

$$f(x) = x^2.$$

## Università degli studi di Udine - Sede di Pordenone

Facoltà di Scienze della Formazione - Corso di Laurea in STM

Corso di Matematica e Statistica

Prima prova parziale A.A.2009/2010 - 20 novembre 2009

|                 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-----------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| <b>Cognome:</b> |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Nome:</b>    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Matr:</b>    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

N.B. *Il tema contiene 12 domande, con un punteggio massimo di 2.5 punti a domanda.*

### Esercizio 1

Esplicitare la scrittura seguente e calcolarne il valore:  $\prod_{i=2}^4 \left( \sum_{j=2}^4 (i + 2j) \right)$ .

### Esercizio 2

Siano dati gli insiemi  $A = \{a, b\}$  e  $B = \{b, c\}$ . Scrivere gli insiemi  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ .

### Esercizio 3

Semplificare fin dove possibile la seguente espressione contenente valori assoluti (*non* usare valori approssimati per i radicali!).

$$\left| 1 - \sqrt{3} \right| + \left| 1 + \sqrt{2} \right|.$$

### Esercizio 4

Usando solo le funzioni elementari, e senza l'uso di limiti e derivate, tracciare il grafico della seguente funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{se } x < 0 \\ e^x, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}.$$

### Esercizio 5

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, calcolare:

1.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

4.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

5.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

**Esercizio 6**

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, dire se  $f$  è iniettiva, suriettiva, biunivoca, giustificando le risposte.

**Esercizio 7**

Eseguire, se possibile, i seguenti calcoli sulla retta reale estesa; se non possibile spiegare perché.

$$\frac{+\infty \left(1 - \frac{1}{0^+}\right)}{3 + \frac{1}{+\infty}} =$$

**Esercizio 8**

Calcolare, usando la regola di l'Hôpital, il seguente limite, spiegando perché la regola stessa si può applicare.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 + x - 6} =$$

**Esercizio 9**

Trovare gli eventuali asintoti orizzontali e verticali della funzione seguente. Se non esistono asintoti del tipo richiesto, spiegare perché.

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + 3}.$$

**Esercizio 10**

Trovare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione seguente, nel punto di ascissa 1.

$$f(x) = \frac{1}{x + 1} + 3.$$

**Esercizio 11**

Verificare se il seguente integrale indefinito è corretto o no, spiegando il motivo.

$$\int x e^x dx = x e^x - e^x + c.$$

**Esercizio 12**

Calcolare l'area della regione finita di piano compresa tra l'asse delle ascisse, le rette  $x = 1$  e  $x = 2$  e il grafico della funzione seguente. Rappresentare graficamente quest'area.

$$f(x) = x^2 + 1.$$



## Università degli studi di Udine - Sede di Pordenone

Facoltà di Scienze della Formazione - Corso di Laurea in STM

Corso di Matematica e Statistica

Prima prova parziale A.A.2009/2010 - 20 novembre 2009

|                 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-----------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| <b>Cognome:</b> |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Nome:</b>    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Matr:</b>    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

N.B. Il tema contiene 12 domande, con un punteggio massimo di 2.5 punti a domanda.

### Esercizio 1

Esplicitare la scrittura seguente e calcolarne il valore:  $\sum_{j=3}^5 \left( \prod_{i=1}^2 (ij) \right)$ .

### Esercizio 2

Siano dati gli insiemi  $A = \{a, b\}$ ,  $B = \{a, c\}$ ,  $C = \{c, d\}$ . Scrivere gli insiemi  $A \cap (B \cup C)$  e  $A \cup (B \cap C)$ .

### Esercizio 3

Semplificare fin dove possibile la seguente espressione contenente valori assoluti (*non* usare valori approssimati per i radicali!).

$$\left| 1 - \sqrt{2} \right| + |-2|.$$

### Esercizio 4

Usando solo le funzioni elementari, e senza l'uso di limiti e derivate, tracciare il grafico della seguente funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \leq 0 \\ \ln x, & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

### Esercizio 5

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, calcolare:

1.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$$

$$5. \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

### Esercizio 6

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, dire se  $f$  è iniettiva, suriettiva, biunivoca, giustificando le risposte.

### Esercizio 7

Eseguire, se possibile, i seguenti calcoli sulla retta reale estesa; se non possibile spiegare perché.

$$\left( \frac{1}{0^+} - \frac{+\infty}{0^-} \right) \frac{1}{0^-} =$$

### Esercizio 8

Calcolare, usando la regola di l'Hôpital, il seguente limite, spiegando perché la regola stessa si può applicare.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x + 5}{x^2 + x^4} =$$

### Esercizio 9

Trovare gli eventuali asintoti orizzontali e verticali della funzione seguente. Se non esistono asintoti del tipo richiesto, spiegare perché.

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - x}$$

### Esercizio 10

Trovare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione seguente, nel punto di ascissa 1.

$$f(x) = 1 + \frac{1}{x + 2}.$$

### Esercizio 11

Verificare se il seguente integrale indefinito è corretto o no, spiegando il motivo.

$$\int \ln(x + 1) dx = (x + 1) \ln(x + 1) + x + c.$$

### Esercizio 12

Calcolare l'area della regione finita di piano compresa tra l'asse delle ascisse, le rette  $x = 1$  e  $x = 2$  e il grafico della funzione seguente. Rappresentare graficamente quest'area.

$$f(x) = x^2 - 1.$$

# Università degli studi di Udine - Sede di Pordenone

Facoltà di Scienze della Formazione - Corso di Laurea in STM

Corso di Matematica e Statistica

Prima prova parziale A.A.2009/2010 - 20 novembre 2009

Cognome: 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Nome: 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Matr: 

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

N.B. Il tema contiene 12 domande, con un punteggio massimo di 2.5 punti a domanda.

### Esercizio 1

Esplicitare la scrittura seguente e calcolarne il valore:  $\sum_{i=2}^4 \left( \prod_{j=2}^3 (2ij) \right)$ .

### Esercizio 2

Siano dati gli insiemi  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ ,  $C = \{3, 4\}$ . Calcolare  $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ .

### Esercizio 3

Semplificare fin dove possibile la seguente espressione contenente valori assoluti (*non* usare valori approssimati per i radicali!).

$$|\sqrt{3} - \sqrt{5}| + |2|.$$

### Esercizio 4

Usando solo le funzioni elementari, e senza l'uso di limiti e derivate, tracciare il grafico della seguente funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1}{x}, & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

### Esercizio 5

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, calcolare:

1.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$$

$$5. \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

### Esercizio 6

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, dire se  $f$  è iniettiva, suriettiva, biunivoca, giustificando le risposte.

### Esercizio 7

Eseguire, se possibile, i seguenti calcoli sulla retta reale estesa; se non possibile spiegare perché.

$$\frac{(+\infty)(-3) - (-\infty)(-\infty)}{\frac{1}{+\infty} - \frac{3}{-\infty}} =$$

### Esercizio 8

Calcolare, usando la regola di l'Hôpital, il seguente limite, spiegando perché la regola stessa si può applicare.

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 2x - 8}{x + 4} =$$

### Esercizio 9

Trovare gli eventuali asintoti orizzontali e verticali della funzione seguente. Se non esistono asintoti del tipo richiesto, spiegare perché.

$$f(x) = \frac{x + 2}{3 - 5x}.$$

### Esercizio 10

Trovare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione seguente, nel punto di ascissa 1.

$$f(x) = x - \frac{1}{x}.$$

### Esercizio 11

Verificare se il seguente integrale indefinito è corretto o no, spiegando il motivo.

$$\int 2x \cos(x^2 + 2) dx = -\sin(x^2 + 2) + c.$$

### Esercizio 12

Calcolare l'area della regione finita di piano compresa tra l'asse delle ascisse, le rette  $x = 1$  e  $x = 2$  e il grafico della funzione seguente. Rappresentare graficamente quest'area.

$$f(x) = 2e^x.$$

## Università degli studi di Udine - Sede di Pordenone

Facoltà di Scienze della Formazione - Corso di Laurea in STM

Corso di Matematica e Statistica

Prima prova parziale A.A.2009/2010 - 20 novembre 2009

|                 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-----------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| <b>Cognome:</b> |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Nome:</b>    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Matr:</b>    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

N.B. Il tema contiene 12 domande, con un punteggio massimo di 2.5 punti a domanda.

### Esercizio 1

Esplicitare la scrittura seguente e calcolarne il valore:  $\prod_{i=2}^4 \left( \sum_{j=1}^3 (i^2 + j) \right)$ .

### Esercizio 2

Se  $A$  è un insieme arbitrario, chi è  $A \setminus (A \cup B)$ ?

### Esercizio 3

Semplificare fin dove possibile la seguente espressione contenente valori assoluti (*non* usare valori approssimati per i radicali!).

$$\left| -2 - \sqrt{2} \right| + \left| 2 + \sqrt{2} \right|.$$

### Esercizio 4

Usando solo le funzioni elementari, e senza l'uso di limiti e derivate, tracciare il grafico della seguente funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{se } x < 0 \\ x^2, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}.$$

### Esercizio 5

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, calcolare:

1.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

4.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

5.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

**Esercizio 6**

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, dire se  $f$  è iniettiva, suriettiva, biunivoca, giustificando le risposte.

**Esercizio 7**

Eseguire, se possibile, i seguenti calcoli sulla retta reale estesa; se non possibile spiegare perché.

$$\frac{1}{\frac{+\infty(3 - (-\infty))}{5 + (+\infty)}} = \frac{0^+}{0^+}$$

**Esercizio 8**

Calcolare, usando la regola di l'Hôpital, il seguente limite, spiegando perché la regola stessa si può applicare.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2} =$$

**Esercizio 9**

Trovare gli eventuali asintoti orizzontali e verticali della funzione seguente. Se non esistono asintoti del tipo richiesto, spiegare perché.

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x - 1}.$$

**Esercizio 10**

Trovare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione seguente, nel punto di ascissa 1.

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}.$$

**Esercizio 11**

Verificare se il seguente integrale indefinito è corretto o no, spiegando il motivo.

$$\int x \cos(x^2) dx = \frac{1}{2} \sin(x^2) + c.$$

**Esercizio 12**

Calcolare l'area della regione finita di piano compresa tra l'asse delle ascisse, le rette  $x = 1$  e  $x = 2$  e il grafico della funzione seguente. Rappresentare graficamente quest'area.

$$f(x) = e^x.$$

# Università degli studi di Udine - Sede di Pordenone

Facoltà di Scienze della Formazione - Corso di Laurea in STM

Corso di Matematica e Statistica

Prima prova parziale A.A.2009/2010 - 20 novembre 2009

Cognome: 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Nome: 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Matr: 

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

N.B. Il tema contiene 12 domande, con un punteggio massimo di 2.5 punti a domanda.

### Esercizio 1

Esplicitare la scrittura seguente e calcolarne il valore:  $\sum_{i=1}^2 \left( \sum_{j=3}^5 (i + j) \right)$ .

### Esercizio 2

Se  $A$  è un insieme qualunque, chi è  $(A \cap B) \setminus A$ ?

### Esercizio 3

Semplificare fin dove possibile la seguente espressione contenente valori assoluti (*non* usare valori approssimati per i radicali!).

$$\left| \sqrt{2} - 1 \right| + \left| -3 \right|.$$

### Esercizio 4

Usando solo le funzioni elementari, e senza l'uso di limiti e derivate, tracciare il grafico della seguente funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{se } x \leq 0 \\ e^x, & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

### Esercizio 5

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, calcolare:

1.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

4.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

5.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

**Esercizio 6**

Relativamente alla funzione tracciata al punto 4, dire se  $f$  è iniettiva, suriettiva, biunivoca, giustificando le risposte.

**Esercizio 7**

Eseguire, se possibile, i seguenti calcoli sulla retta reale estesa; se non possibile spiegare perché.

$$\frac{\frac{2}{-\infty} + \frac{3}{+\infty}}{(-\infty) \left( \frac{1}{0^+} - 2 \right)} =$$

**Esercizio 8**

Calcolare, usando la regola di l'Hôpital, il seguente limite, spiegando perché la regola stessa si può applicare.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + x^3}{2x^2 + 1} =$$

**Esercizio 9**

Trovare gli eventuali asintoti orizzontali e verticali della funzione seguente. Se non esistono asintoti del tipo richiesto, spiegare perché.

$$f(x) = \frac{3x^2 + 2}{2x - 3}.$$

**Esercizio 10**

Trovare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione seguente, nel punto di ascissa 1.

$$f(x) = 2x^4 + 3x^2.$$

**Esercizio 11**

Verificare se il seguente integrale indefinito è corretto o no, spiegando il motivo.

$$\int e^{-2x} dx = \frac{1}{2}e^{-2x} + c.$$

**Esercizio 12**

Calcolare l'area della regione finita di piano compresa tra l'asse delle ascisse, le rette  $x = 1$  e  $x = 2$  e il grafico della funzione seguente. Rappresentare graficamente quest'area.

$$f(x) = x^2 + 2.$$