

Corso di Matematica e Statistica - Domande tipiche nei temi d'esame
Gruppo 2

1. Esplicitare la scrittura seguente e calcolarne il valore numerico:

$$\sum_{i=0}^2 \left(\prod_{k=0}^2 (i+k) \right).$$

2. Dire quanti punti a tangente orizzontale ha il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 5x - 8.$$

3. Dire quanti punti di flesso ha il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 5x - 8;$$

per ciascuno dei punti trovati scrivere l'equazione della "tangente inflessionale".

4. Date due proposizioni \mathcal{P} e \mathcal{Q} , scrivere la tavola di verità della proposizione

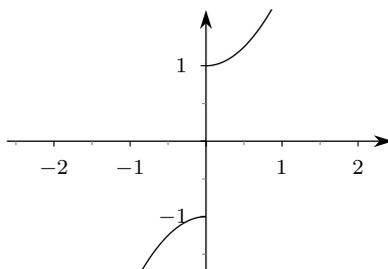
$$(\mathcal{P} \vee \mathcal{Q}) \wedge (\mathcal{P} \vee (\neg \mathcal{Q})).$$

5. Per ognuna delle uguaglianze seguenti dire, giustificando le risposte, quando vale (A e B sono insiemi).

- a) $A \cup B = A$;
- b) $A \cap B = A$;
- c) $A \setminus B = A$;
- d) $A \setminus B = \emptyset$;
- e) $A \cap B = \emptyset$;
- f) $A \cup B = \emptyset$.

6. Nella funzione $f(x)$ il cui grafico è rappresentato nella figura che segue, che cosa si può dire del

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)?$$



7. Portare un esempio per ciascuno dei seguenti casi:
- a) un teorema che esprime una condizione sufficiente;
 - b) un teorema che esprime una condizione necessaria;
 - c) un teorema che esprime una condizione necessaria e sufficiente.
8. È vero che, se in un punto x_0 interno al dominio di una funzione derivabile, la derivata prima vale 0, allora quel punto è di massimo o di minimo? Giustificare la risposta.
9. Perché non ha senso parlare di "successivo" nell'insieme dei numeri razionali?
10. Dato l'insieme $A = \{a, b, c\}$ scrivere esplicitamente l'insieme $\mathcal{P}(A)$.

11. Trovare il dominio naturale della seguente funzione:

$$f(x) = \sqrt{1-x};$$

trovare poi la derivata prima di questa funzione.

12. Trovare il dominio naturale e la derivata prima della funzione

$$f(x) = x^2 \ln x.$$

13. Data la funzione $f(x) = x^2$, definita nell'intervallo $[0, 2]$, trovare i "punti di Lagrange" e rappresentare graficamente la situazione.
14. È vero che se una funzione (magari discontinua) è crescente a sinistra di un punto x_0 e decrescente a destra, allora ha un massimo in x_0 ? Giustificare.
15. Portare un esempio grafico di una funzione crescente a sinistra di un punto x_0 , ancora crescente a destra di questo stesso punto, ma avente un minimo in corrispondenza di x_0 .
16. Trovare tutti gli asintoti della funzione

$$f(x) = x + \frac{1}{x-1}.$$

17. Calcolare il seguente limite usando opportunamente la regola di l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^4}.$$

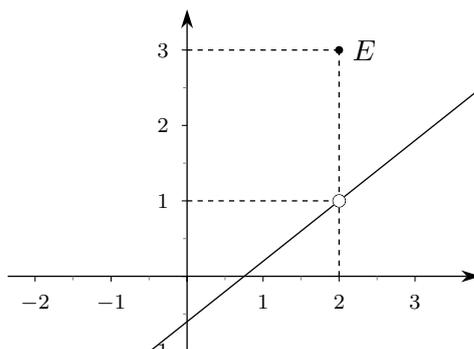
18. Tracciare un grafico significativo della funzione

$$f(x) = x^4 + x^3.$$

19. Nella funzione il cui grafico è rappresentato nella figura che segue, che cosa si può dire riguardo al

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)?$$

E della continuità della funzione? Per rispondere alle domande precedenti è indispensabile conoscere la "quota" del punto E ?



20. Una funzione può avere due asintoti orizzontali diversi? Se sì, fornire un esempio grafico, se no darne una giustificazione.
21. Una funzione può avere, per x tendente a $+\infty$, contemporaneamente un asintoto orizzontale e uno obliquo? Giustificare.
22. Una funzione può avere più di un asintoto verticale? E al massimo quanti asintoti orizzontali?