

Corso di Matematica e Statistica - Domande tipiche nei temi d'esame
Gruppo 3

1. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = x + \frac{1}{x};$$

determinare poi l'area della regione limitata di piano compresa tra il grafico della funzione, l'asse delle x , la retta $x = -2$ e la retta $x = -1$.

2. Rappresentare graficamente la parabola $y = x^2 - x$; trovare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto $(1, 0)$; trovare infine l'area della regione limitata di piano compresa tra il grafico della parabola, la tangente sopra determinata e la retta $x = 3$.
3. Sapendo che

$$\int x^2 e^{x^3} dx = \frac{1}{3} e^{x^3} + c$$

e che

$$\int x e^{x^2} dx = \frac{1}{2} e^{x^2} + c,$$

calcolare

$$\int \left(\frac{3}{2} x^2 e^{x^3} + \frac{2}{3} x e^{x^2} \right) dx.$$

4. Verificare che

$$\int \frac{x}{2x-1} dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \ln |2x-1| + c.$$

Calcolare successivamente

$$\int_3^t \frac{x}{2x-1} dx,$$

e infine fare il limite, per $t \rightarrow +\infty$, del risultato.

5. Calcolare

$$\int \sqrt{2x} dx.$$

6. Calcolare l'area della regione limitata di piano compresa tra le due parabole $y = x^2 - x$ e $y = -2x^2 + 3x$.

7. Data la funzione

$$f(x) = x^2,$$

considerare il trapezoide individuato dalla funzione, dall'asse delle x e dalle rette $x = 1$ e $x = 3$. Calcolare le aree dei plurirettangoli inscritto e circoscritto, suddividendo l'intervallo $[1, 3]$ in due parti uguali. Calcolare poi l'area del trapezoide (con il teorema di Torricelli) e verificare che la sua area è compresa tra quella del plurirettangolo inscritto e quella del plurirettangolo circoscritto.

8. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 1.$$

Dedurre dal grafico quante soluzioni ha (senza trovarle!) l'equazione di terzo grado

$$x^3 - 2x^2 + 1 = 0.$$