

Corso di Matematica e Statistica - Domande tipiche nei temi d'esame
Gruppo 4

1. Quanti sono gli anagrammi della parola *Battaia* che comincino con la lettera "B"?
2. Quanti sono gli anagrammi della parola *Battaia* che abbiano le due "t" una di seguito all'altra?
3. Uno studente deve sostenere 7 esami per ognuno dei suoi tre anni di corso, senza poter rimandare esami all'anno successivo, ma nell'ordine da lui scelto. In quanti modi lo può fare?
4. In quanti modi si possono distribuire le 52 carte del bridge a un giocatore?
5. In quanti modi un giocatore di bridge può ricevere le sue 13 carte in modo che siano tutte di valore diverso?
6. Quante bandiere tricolori si possono formare con i sette colori fondamentali?
7. Quanti numeri di tre cifre diverse si possono formare con le cifre 1, 2, 3, 4, 5, ma che comincino per 4?
8. Quanti numeri di tre cifre si possono formare con le cifre pari (0, 2, 4, 6, 8), che non comincino per 0?
9. Calcolare i coefficienti binomiali seguenti.

$$\binom{16}{3}, \quad \binom{15}{5}, \quad \binom{9}{7}.$$

10. Dati quattro punti su un piano, a tre a tre non allineati, quanti triangoli si possono formare che abbiano i vertici in tre di quei punti?
11. Calcolare, usando il binomio di Newton,

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^4, \quad \left(2x - \frac{1}{2}y\right)^5.$$

12. Quanti ambi e quante terne si possono formare avendo a disposizione 5 numeri distinti?
13. Quante cinquine si possono formare con i 90 numeri del lotto, se uno dei numeri è prefissato?
14. In quanti modi distinti si possono sistemare 6 persone in una fila di 10 poltrone?
15. Calcolare il determinante della matrice seguente

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -5 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

16. Calcolare il determinante della matrice seguente

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & -4 \\ 1 & -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

17. Calcolare il determinante della matrice seguente

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

18. Calcolare il rango della matrice seguente

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

19. Calcolare il rango della matrice seguente

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

20. Eseguire il seguente prodotto di matrici

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 3 \\ 0 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

21. Calcolare l'inversa della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix};$$

verificare quindi che il prodotto della matrice data per la sua inversa è la matrice I_2 .

22. Dato il sistema di equazioni la cui matrice completa è

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 4 & 5 \\ -2 & 4 & 2 & 2 \end{array} \right),$$

verificare, con il Teorema di Rouché-Capelli, se ha soluzioni e, in caso affermativo, trovarle.

23. Dato il sistema di equazioni la cui matrice completa è

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & -1 \\ -4 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & -1 \end{array} \right),$$

verificare, con il Teorema di Rouché-Capelli, se ha soluzioni e, in caso affermativo, trovarle.

24. Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -4 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & -5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -4 \\ 5 & 2 & 0 \end{pmatrix},$$

eseguire i seguenti calcoli:

- a) $A \cdot B + 2C$;
- b) $(A + B) \cdot C$;
- c) $A \cdot (B + C)$.

25. Dato il sistema di equazioni

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 2x + y - z = 2 \\ 3x - y + 2z = -1 \end{cases},$$

scrivere le matrici incompleta e completa, controllarne la risolubilità con il teorema di Rouché-Capelli e, se possibile, risolverlo.