

# Matematica e Statistica - Esercizi proposti

---

Luciano Battaia<sup>(\*)</sup>

Anno Accademico 2010-2011<sup>(†)</sup>

Università degli Studi di Udine - Sede di Pordenone  
Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Multimediali

Questo fascicolo raccoglie gli esercizi proposti durante il corso di Matematica e Statistica per il corso di laurea in Scienze e Tecnologie Multimediali dell'Università di Udine, sede di Pordenone, nell'anno accademico 2010-2011. Il fascicolo sarà aggiornato periodicamente con il procedere del corso; la data dell'ultimo aggiornamento compare in nota a questa pagina.

**Esercizio 1.** Utilizzando le tavole di verità verificare che, se  $\mathcal{P}$ ,  $\mathcal{Q}$  e  $\mathcal{R}$  sono tre proposizioni, si ha

- $(\mathcal{P} \vee \mathcal{Q}) \vee \mathcal{R} = \mathcal{P} \vee (\mathcal{Q} \vee \mathcal{R})$  (proprietà associativa di “vel”).
- $(\mathcal{P} \wedge \mathcal{Q}) \wedge \mathcal{R} = \mathcal{P} \wedge (\mathcal{Q} \wedge \mathcal{R})$  (proprietà associativa di “et”).

**Esercizio 2.** Utilizzando le tavole di verità, se  $\mathcal{P}$ ,  $\mathcal{Q}$  e  $\mathcal{R}$  sono tre proposizioni, dire se valgono oppure no le seguenti “proprietà distributive”.

- $\mathcal{P} \vee (\mathcal{Q} \wedge \mathcal{R}) = (\mathcal{P} \vee \mathcal{Q}) \wedge (\mathcal{P} \vee \mathcal{R})$ .
- $\mathcal{P} \wedge (\mathcal{Q} \vee \mathcal{R}) = (\mathcal{P} \wedge \mathcal{Q}) \vee (\mathcal{P} \wedge \mathcal{R})$ .

**Esercizio 3.** Date due proposizioni  $\mathcal{P}$  e  $\mathcal{Q}$ , scrivere la tavola di verità di

- $(\neg \mathcal{P}) \vee (\neg \mathcal{Q})$ .
- $(\neg \mathcal{P}) \wedge (\neg \mathcal{Q})$ .
- $\neg(\mathcal{P} \vee \mathcal{Q})$ .
- $\neg(\mathcal{P} \wedge \mathcal{Q})$ .
- $(\neg \mathcal{P}) \Rightarrow \mathcal{Q}$ .
- $\neg((\mathcal{P} \vee (\neg \mathcal{Q})) \wedge (\neg \mathcal{P} \vee \mathcal{Q}))$ .

**Esercizio 4.** Calcolare

$$\sum_{i=3}^6 \left( \frac{i}{i+1} + i \right)^2.$$

**Esercizio 5.** Calcolare

$$\sum_{i=1}^3 \left( \sum_{j=2}^4 (i^2 + j) \right).$$

---

\*<http://www.batmath.it>

†Ultimo aggiornamento del 10 ottobre 2010

**Esercizio 6.** Calcolare

$$\prod_{i=2}^4 \left( \sum_{j=1}^3 (i - 3j) \right).$$

**Esercizio 7.** Se  $A = \{1, 2, 3\}$ , scrivere l'insieme  $\mathcal{P}(A)$ .

**Esercizio 8.** Scrivere l'insieme  $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$ .

**Esercizio 9.** Se  $A = \{1, 2, 3\}$ , dire quali delle seguenti scritte sono corrette e quali errate.

- $\{1\} \in A$ .
- $\{1\} \subset A$ .
- $\{1\} \subseteq A$ .
- $1 \in A$ .
- $\emptyset \subseteq A$ .
- $\emptyset \subset A$ .
- $\emptyset \in A$ .
- $|A| = 3$ .
- $|\mathcal{P}(A)| = 8$ .
- $A \subset A$ .
- $A \subseteq A$ .

**Esercizio 10.** Siano dati gli insiemi  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11\}$ ,  $B = \{2, 3, 7, 15, 16, 17\}$ ,  $C = \{1, 3, 7, 17, 18, 20\}$  e  $D = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ . Trovare i seguenti insiemi.

- $A \cup B$ .
- $A \cap B$ .
- $(A \cup B) \cap (C \cup D)$ .
- $(A \cap B) \cup (C \cap D)$ .
- $(A \setminus B) \cup (C \setminus D)$ .
- $A \setminus (B \cap C)$ .
- $(D \setminus C) \cup (C \setminus D)$ .

**Esercizio 11.** Con riferimento agli stessi insiemi dell'esercizio 10, dire se valgono o no le seguenti uguaglianze.

- $A \cup B = B \cup A$ .
- $A \cap B = B \cap A$ .
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ .
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ .
- $A = A \cup (A \cap B)$ .
- $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ .
- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ .

**Esercizio 12.** Nell'insieme  $A$  di tutte le rette di un piano si consideri la relazione

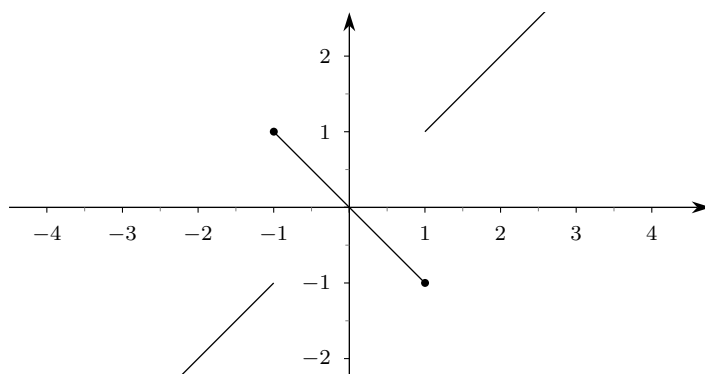
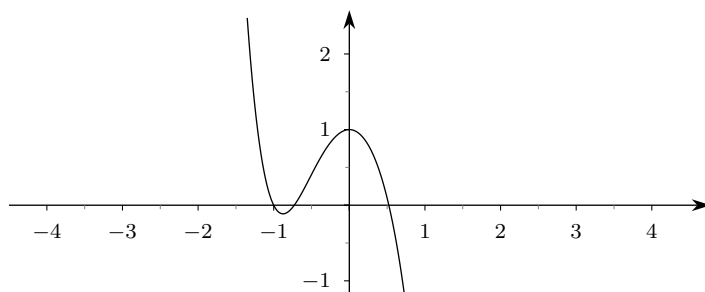
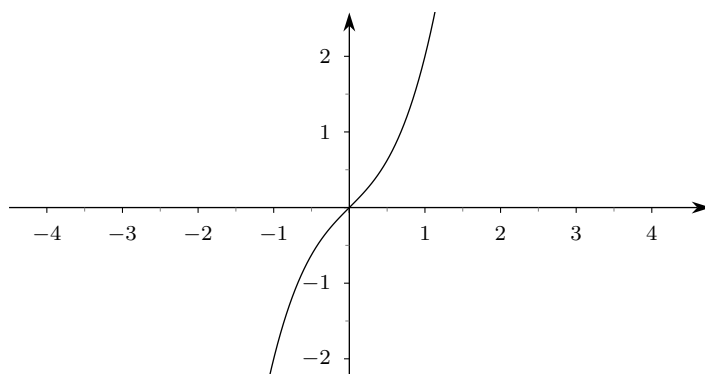
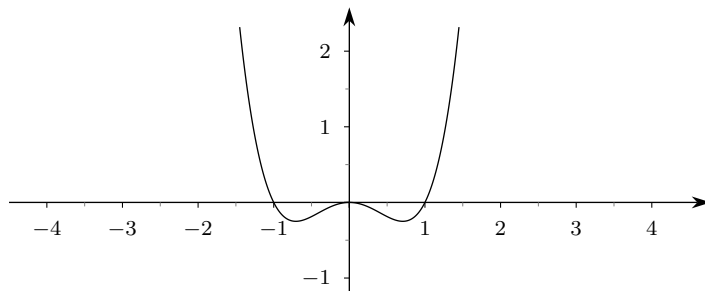
$$r \mathcal{R} s \text{ se } r \text{ interseca } s.$$

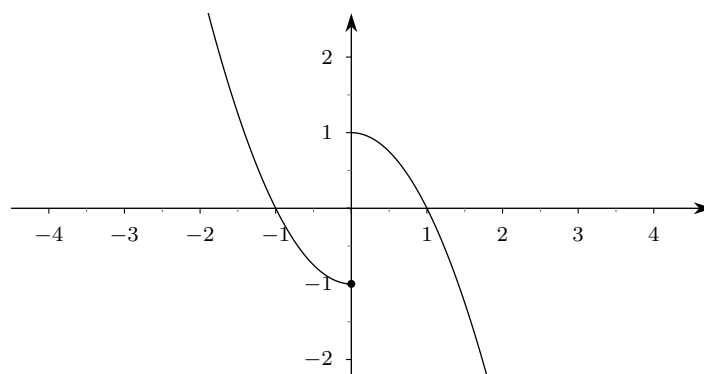
Dire se questa relazione gode o no delle proprietà riflessiva, simmetrica e transitiva.

**Esercizio 13.** Semplificare fin dove possibile le espressioni seguenti contenenti valori assoluti, senza usare le approssimazioni decimali per i numeri presenti.

- $|3 - \sqrt{7}| - |-2|$ .
- $|1 + \sqrt{5}| + |1 - \sqrt{5}| - |-2|$ .
- $\sqrt{2} - |\sqrt{2} - \sqrt{3}|$ .
- $|\sqrt{3} - \sqrt{5}| + |\sqrt{3} + \sqrt{5}|$ .
- $|\sqrt{5} - \sqrt{7}| - |\sqrt{7} + \sqrt{5}|$ .

**Esercizio 14.** Di ciascuna delle funzioni di  $\mathbb{R}$  in  $\mathbb{R}$  il cui grafico è rappresentato di seguito, dire se si tratta di funzioni iniettive, suriettive, biunivoche.





**Esercizio 15.** Tracciare il grafico delle seguenti funzioni con definizione “piecewise”. Successivamente, utilizzando il grafico inserito, dire se si tratta di funzioni iniettive, suriettive, biiettive.

$$- f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & \text{se } x \leq 1 \\ x + 2, & \text{se } x > 1 \end{cases} .$$

$$- f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{se } x < -1 \\ -x + 2, & \text{se } -1 \leq x \leq 2 \\ x - 1, & \text{se } x > 2 \end{cases} .$$

$$- f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{se } x \leq 0 \\ 1/x, & \text{se } x > 0 \end{cases} .$$

$$- f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x < -1 \\ |x|, & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ x^2, & \text{se } x > 1 \end{cases} .$$

**Esercizio 16.** Tracciare il grafico delle seguenti parabole, determinando in particolare, se esistono, le intersezioni con gli assi.

$$- y = 2x^2 - 3x - 5.$$

$$- y = -x^2 + x + 1.$$

$$- y = x^2 - 2x + 1.$$

**Esercizio 17.** Calcolare, se possibile, le seguenti espressioni sulla retta reale estesa.

$$1. -\infty + 3((-\infty)(-2) + 3 - (-1)(+\infty));$$

$$2. -\infty - (-2)(3 + (+\infty)(-2)(-\infty));$$

$$3. (-\infty)(-\infty) + 2(3(-\infty) - 2(-\infty));$$

$$4. \frac{3(+\infty) - (-(+\infty)(-\infty) + 3)}{1 - (+\infty) - (+\infty + (-\infty)(+3))};$$

$$5. \frac{-\infty(3 + (+\infty - (-\infty)))}{1 - (+\infty)(-\infty)(+3)};$$

$$6. \frac{3(+\infty) - (3 - (+\infty)(-\infty))}{1 - (+\infty) - (+\infty + (-\infty)(+3))};$$

$$7. \frac{2 - (+\infty)(+\infty)(-\infty) + \infty}{(-2 + (-\infty))(-\infty)(-3)}.$$