

Università degli studi di Udine - Sede di Pordenone

Facoltà di Economia - Corso di Laurea in Economia Aziendale

Corso di Matematica Generale

Tema d'esame - A.A.2010/2011 - 25 gennaio 2011

Cognome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr:

--	--	--	--	--	--	--

Acconsento alla pubbl. dei risultati sul sito web del docente. Firma _____

Non acconsento alla pubbl. dei risultati sul sito web del docente. Firma _____

Tutte le risposte devono essere giustificate!

Esercizio 1

Calcolare la derivata prima della seguente funzione.

$$f(x) = (e^{x^2} + x^5)^4.$$

Esercizio 2

Calcolare la derivata seconda della funzione del punto 1.

Esercizio 3

Trovare quando la funzione

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$$

è crescente e quando è decrescente.

Esercizio 4

Per la funzione del punto 3 trovare i valori (le “quote”) degli eventuali massimi e minimi relativi.

Esercizio 5

Per la funzione del punto 3 trovare i punti di flesso.

Esercizio 6

Senza usare limiti e derivate, tracciare il grafico della seguente funzione, definita a pezzi.

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & \text{se } x \leq -1 \\ x^2 + 1, & \text{se } x > -1 \end{cases}$$

Esercizio 7

Relativamente alla funzione del punto 6

1. dire se è iniettiva;
2. dire se è suriettiva;
3. trovare l'insieme immagine;
4. dire se è continua.

Esercizio 8

Calcolare il seguente limite, senza usare la regola di l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x} + \ln x - x^2}{3 + x^4 - e^x}.$$

Esercizio 9

Rappresentare graficamente le soluzioni del seguente sistema.

$$\begin{cases} \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1 \\ y < x^2 - 1 \end{cases}.$$

Esercizio 10

Per l'insieme trovato al punto 9 dire se è

1. aperto;
2. chiuso;
3. connesso;
4. convesso;
5. limitato o illimitato.

Esercizio 11

Sono dati gli insiemi $A =] - 1, 3[$,
 $B = \{3\}$ e $C =]3, 7[$.

Per l'insieme $A \cup B \cup C$ trovare

1. i punti di frontiera;
2. i punti di accumulazione;
3. i punti interni;
4. i punti esterni;
5. i punti isolati.

Esercizio 12

È possibile costruire l'esempio di un sottoinsieme della retta che sia connesso, ma non convesso? Stessa domanda per i sottoinsiemi del piano. Spiegare accuratamente.

Esercizio 13

Trovare tutti gli eventuali asintoti della seguente funzione.

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{1 - x^2}$$

Esercizio 14

Calcolare il seguente integrale definito.

$$\int_3^4 \left(\frac{2x}{x^2 - 5} + \sqrt[3]{x} \right) dx.$$

Esercizio 15

Calcolare il limite seguente con la regola di l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(x + 1)}{x^3}.$$

Esercizio 16

Calcolare la somma superiore e la somma inferiore della funzione

$$f(x) = \ln x$$

nell'intervallo $[1, 7]$, con 3 suddivisioni.

Esercizio 17

Trovare gli eventuali punti di massimo, minimo e sella della seguente funzione di due variabili.

$$f(x, y) = x^2y - x^2 - 8y^2 + \ln 2$$

Esercizio 18

Trovare, con il metodo di Lagrange, gli eventuali punti candidati ad essere di massimo o minimo vincolato per la funzione di due variabili $f(x, y) = y^2 + xy$ sul vincolo $x + y^2 = 0$. Successivamente esplicitare il vincolo e trovare effettivamente i massimi e minimi vincolati.