Corso di sostegno di Mat. Gen. - Es. vari - 1

Luciano Battaia*

1. Risolvere la disequazione:
$$\frac{2-x^2-x}{x^2+2x-3}>0\,.$$
2. Risolvere la disequazione
$$(2-x^2-x)(x^2-1)\geq 0\,.$$
3. Risolvere la disequazione
$$\frac{x^2+2x}{2x^2-3x-2}>0\,.$$
4. Risolvere la disequazione
$$(x^2+x-2)(2-x^2)\leq 0\,.$$
5. Risolvere la disequazione
$$\frac{3x-x^2}{x^2+x-6}>0\,.$$
6. Risolvere la disequazione
$$(x^2-x)(x^2-1)(x-2)\geq 0\,.$$
7. Risolvere la disequazione
$$\frac{x(x-1)}{x-2}>0\,.$$
8. Risolvere la disequazione
$$x(x^2-2)(1-x^2)\leq 0\,.$$
9. Risolvere la disequazione
$$\frac{x(x^2-1)}{x^2+x-2}>0\,.$$
10. Risolvere la disequazione
$$x(x^2-x)(x^2-4)\geq 0\,.$$

*http://www.batmath.it

11. Risolvere la disequazione
$$\frac{(x-1)(x+2)}{x^2+x-2} > 0\,.$$

12. Risolvere la disequazione
$$x(x-1)(x^2-4) \geq 0\,.$$

13. Risolvere la disequazione
$$(\sqrt{x-1}-1)(x+2) < 0\,.$$

14. Risolvere la disequazione
$$(1-\sqrt{x-1})(x^2-1) \leq 0\,.$$

15. Determinare dominio, codominio e proprietà della seguente funzione:
$$\begin{cases} 2^x & x \leq 0 \\ x^2+2 & x > 0 \end{cases}\,.$$

16. Determinare dominio, codominio e proprietà della seguente funzione:
$$\begin{cases} 2^{x-1} & x > 0 \\ x^3+2 & x < -1 \end{cases}\,.$$

17. Determinare dominio, codominio e proprietà della seguente funzione:
$$\begin{cases} \ln(-x-1) & x < 0 \\ x^2+2 & x > 1 \end{cases}\,.$$

18. Determinare dominio, codominio e proprietà della seguente funzione:
$$\begin{cases} \ln(x+1) & x < 0 \\ 2^x-2 & x > 0 \end{cases}\,.$$

19. Determinare dominio, codominio e proprietà della seguente funzione:
$$\begin{cases} 2^x & x \leq 2 \\ \ln(x)+2 & x > -1 \end{cases}\,.$$

20. Determinare dominio, codominio e proprietà della seguente funzione:
$$\begin{cases} \ln(x+1) & x < -3 \\ \sqrt{-1}-2 & x > -1 \end{cases}\,.$$

21. Calcolare, se possibile, la seguente espressione:
$$2\cdot((-\infty)\cdot(-3)) - (-2\cdot(+\infty) - 4\cdot(+\infty))\,.$$

22. Calcolare, se possibile, la seguente espressione:
$$2 - (-\infty + 3\cdot(-2\cdot(-\infty) - 3\cdot(-\infty)))\,.$$

23. Calcolare, se possibile, la seguente espressione:

$$-((-\infty\cdot(-3))-(-2\cdot(-\infty))+(3\cdot(-\infty)))\,.$$

24. Calcolare, se possibile, la seguente espressione:

$$-\infty+(-\infty)\cdot(-2-(-\infty)\cdot(3\cdot(-\infty)))\,.$$

25. Calcolare, se possibile, il seguente limite:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+\ln x}{x^3+2^x}\,.$$

26. Calcolare, se possibile, il seguente limite:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+\mathrm{e}^x}{x^3+x}\,.$$

27. Calcolare, se possibile, il seguente limite:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x\mathrm{e}^x}{x^3+x}\,.$$

28. Calcolare, se possibile, il seguente limite:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\mathrm{e}^{2x}-\ln x-x}{\mathrm{e}^{x^2}-\mathrm{e}^x+1}\,.$$

29. Calcolare, se possibile, il seguente limite:

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{1-x}-\sqrt{2-x}\,.$$

30. Calcolare la derivata prima della seguente funzione:

$$f(x)=\mathrm{e}^{x\,\sin x}\,.$$

31. Calcolare la derivata prima della seguente funzione:

$$f(x)=x^2\ln x\,.$$

32. Calcolare la derivata prima della seguente funzione:

$$f(x)=4\mathrm{e}^x-5x^4\,.$$

33. Calcolare la derivata prima della seguente funzione:

$$f(x)=(x^2-1)\ln x\,.$$

34. Calcolare la derivata prima della seguente funzione:

$$f(x)=4\mathrm{e}^x\cdot5x^4\,.$$

35. Calcolare la derivata prima della seguente funzione:
$$f(x) = \mathrm{e}^{x^2}\big(\ln x - x\big)\,.$$

36. Dati gli insiemi $A =]-\infty, 4[$, $B = 1, 2, 3$, $C = [-3, 0[$, determinare l'insieme $(A \setminus B) \setminus C$ e le sue caratteristiche.

37. Dati gli insiemi $A =]-\infty, 5]$, $B = 0, 2, 4$, $C = [-3, 0[$, determinare l'insieme $(A \setminus C) \cup B$ e le sue caratteristiche.

Domande teoriche.

1. Definizione di intorno di un punto x_0. Esempi illustrativi e di uso della nozione.

2. Funzioni crescenti e decrescenti. Definizioni ed esempi illustrativi.

3. Definizione di punto di frontiera. Esempi illustrativi.

4. Discutere in modo sintetico ma esauriente la seguente affermazione: una funzione definita a pezzi mediante due funzioni, una limitata e una illimitata, può essere limitata.

5. Insiemi aperti e chiusi. Definizione ed esempi.

6. Forme indeterminate. Fornire esempi di risoluzione di forme indeterminate.

7. Discutere in modo sintetico ma esauriente la seguente affermazione: se il dominio di una funzione è illimitato, la funzione può essere illimitata.

8. Discutere in modo sintetico ma esauriente la seguente affermazione: se il dominio di una funzione è limitato, allora la funzione è limitata.