

# Corso di sostegno di Mat. Gen. - Es. vari - 2

---

Luciano Battaia\*

1. Studiare la seguente funzione:

$$f(x) = \ln(x^2 - 4).$$

2. Studiare la seguente funzione:

$$f(x) = x^2 - x^4.$$

3. Studiare la seguente funzione:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x^4}.$$

4. Studiare la seguente funzione:

$$f(x) = \ln\left(\frac{1}{x^2}\right).$$

5. Studiare la seguente funzione (la derivata seconda è un po' difficile da trattare):

$$f(x) = \frac{1}{x^3 + 8}.$$

6. Studiare la seguente funzione (la derivata seconda è un po' difficile da trattare):

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}.$$

7. Studiare la seguente funzione (la derivata seconda è un po' difficile da trattare):

$$f(x) = \frac{1}{x^3 - x}.$$

8. Studiare la seguente funzione (la derivata seconda è un po' difficile da trattare):

$$f(x) = \frac{x}{x^3 - 1}.$$

9. Studiare la seguente funzione (la derivata seconda è un po' difficile da trattare):

$$f(x) = \frac{1}{x^3 - 1}.$$

---

\*<http://www.batmath.it>

10. Studiare la seguente funzione:

$$f(x) = 3x - x^4.$$

11. Studiare la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{1-x}{x^2}.$$

12. Studiare la seguente funzione sull'insieme assegnato, determinandone i punti di massimo e minimo relativo e/o assoluto su tale insieme:

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad \text{su } [-1, 3].$$

13. Studiare la seguente funzione sull'insieme assegnato, determinandone i punti di massimo e minimo relativo e/o assoluto su tale insieme:

$$f(x) = x^3 - 1, \quad \text{su } ]0, 2[.$$

14. Studiare la seguente funzione sull'insieme assegnato, determinandone i punti di massimo e minimo relativo e/o assoluto su tale insieme:

$$f(x) = e^x - 1, \quad \text{su } ]-1, 4[.$$

15. Studiare la seguente funzione sull'insieme assegnato, determinandone i punti di massimo e minimo relativo e/o assoluto su tale insieme:

$$f(x) = \frac{1}{x^2}, \quad \text{su } [-1, 2].$$

16. Studiare la seguente funzione sull'insieme assegnato, determinandone i punti di massimo e minimo relativo e/o assoluto su tale insieme:

$$f(x) = (1-x)^2 - 2, \quad \text{su } ]-1, 4[.$$

17. Determinare l'insieme delle soluzioni del seguente sistema e le sue caratteristiche:

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 \geq 1 \\ (x+1)^2 + y^2 < 4 \end{cases}.$$

18. Determinare l'insieme delle soluzioni del seguente sistema e le sue caratteristiche:

$$\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 < 1 \\ x + y^2 > 0 \end{cases}.$$

19. Determinare l'insieme delle soluzioni del seguente sistema e le sue caratteristiche:

$$\begin{cases} (x+1)^2 + (y+1)^2 < 1 \\ y + x^2 + 1 > 0 \end{cases}.$$

20. Determinare l'insieme delle soluzioni del seguente sistema e le sue caratteristiche:

$$\begin{cases} y > (x-1)^3 \\ x \leq y^2 \end{cases}.$$

21. Determinare l'insieme delle soluzioni del seguente sistema e le sue caratteristiche:

$$\begin{cases} y > x^3 \\ \frac{x^2}{9} - y^2 < 1 \end{cases} .$$

22. Determinare il numero delle soluzioni del seguente sistema:

$$\begin{cases} y - 3^x + 2 = 0 \\ y^2 - x^2 = 1 \end{cases} .$$

23. Determinare il numero delle soluzioni del seguente sistema:

$$\begin{cases} y = x^2 - 9 \\ \frac{x^2}{4} - y^2 = 1 \end{cases} .$$

24. Determinare il dominio della seguente funzione e le sue caratteristiche:

$$f(x, y) = \sqrt{(x - y^2)(x^2 + y^2 - 4)} .$$

25. Determinare il dominio della seguente funzione e le sue caratteristiche:

$$f(x, y) = x + \sqrt{(y - x^2 + 1)(x - y^2 + 1)} .$$

26. Determinare il dominio della seguente funzione e le sue caratteristiche:

$$f(x, y) = \ln((y - x^2 + 1)(x - y^2 + 1)) .$$

27. Calcolare le derivate parziali prime e seconde della seguente funzione:

$$f(x, y) = xy + \ln(x^2 + y^2) .$$

28. Calcolare le derivate parziali prime e seconde della seguente funzione:

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + e^{xy^2} .$$

29. Calcolare le derivate parziali prime e seconde della seguente funzione:

$$f(x, y) = xy^2 + \ln(xy^2) .$$

30. Calcolare le derivate parziali prime e seconde della seguente funzione:

$$f(x, y) = x + y^2 + ye^{x-y} .$$

31. Calcolare le derivate parziali prime e seconde della seguente funzione:

$$f(x, y) = x\sqrt{y} - e^{x-y^2} .$$

32. Calcolare le derivate parziali prime e seconde della seguente funzione:

$$f(x, y) = \sqrt{y} - x + e^{xy} .$$

33. Calcolare le derivate parziali prime e seconde della seguente funzione:

$$f(x, y) = x \ln y + e^{x+y^2}.$$

34. Discutere in modo sintetico ma esauriente la seguente affermazione, fornendo esempi illustrativi:  
Se  $f(x)$  è una funzione crescente, allora  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .

35. Discutere in modo sintetico ma esauriente la seguente affermazione, fornendo esempi illustrativi:  
Se  $f(x)$  è una funzione illimitata superiormente, allora può essere che il  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .

36. Discutere in modo sintetico ma esauriente la seguente affermazione, fornendo esempi illustrativi:  
Se  $f(x)$  è una funzione continua, allora può essere che il  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .

37. Discutere in modo sintetico ma esauriente la seguente affermazione, fornendo esempi illustrativi:  
Se  $f(x)$  è una funzione con la concavità verso l'alto, allora può essere che il  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .

38. Discutere in modo sintetico ma esauriente la seguente affermazione, fornendo esempi illustrativi:  
Se  $f(x)$  è una crescente, allora ha la concavità rivolta verso il basso.

39. Discutere in modo sintetico ma esauriente la seguente affermazione, fornendo esempi illustrativi:  
Se  $f(x)$  è una funzione con la concavità rivolta verso il basso, allora può essere crescente.

40. Discutere in modo sintetico ma esauriente la seguente affermazione, fornendo esempi illustrativi:  
Anche se  $f(x)$  è una funzione crescente, può essere che il  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .

41. Discutere in modo sintetico ma esauriente la seguente affermazione, fornendo esempi illustrativi:  
Se  $f(x)$  è una funzione continua, allora può essere che il  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \nexists$ .

42. Determinare se i seguenti punti sono di massimo, minimo o sella per la funzione  $f(x, y) = x(y^2 + 2y) : P(0, 0), Q(1, 1), R(0, -2)$ . Esistono altri punti candidati ad essere di massimo, minimo o sella per la funzione precedente?

43. Determinare se i seguenti punti sono di massimo, minimo o sella per la funzione  $f(x, y) = (x^3 - 3x)(y^2 - 2y) : P(0, 0), Q(1, 1), R(0, -2)$ . Esistono altri punti candidati ad essere di massimo, minimo o sella per la funzione precedente?

44. Determinare se i seguenti punti sono di massimo, minimo o sella per la funzione  $f(x, y) = x^3(y^2 - 2y) : P(0, 0), Q(1, 1), R(0, -2)$ . Esistono altri punti candidati ad essere di massimo, minimo o sella per la funzione precedente?

45. Data la funzione  $f(x, y) = x + y$  ed il vincolo  $y - x^2 = 0$ , determinare

- la funzione lagrangiana e le sue derivate prime;
- se i punti  $P(0, 0), Q(-1/2, 1/4), R(-1/2, 1/2)$  sono candidati ad essere di massimo o minimo;
- si può dire altro su questi punti?

46. Data la funzione  $f(x, y) = x^2 + y$  ed il vincolo  $x^2 + y^2 - 1 = 0$ , determinare
- la funzione lagrangiana e le sue derivate prime;
  - se i punti  $P(0, 0)$ ,  $Q(0, 1)$ ,  $R(0, -1)$  sono candidati ad essere di massimo o minimo;
  - si può dire altro su questi punti?
47. Data la funzione  $f(x, y) = x^2 + y$  ed il vincolo  $y + x = 0$ , determinare
- la funzione lagrangiana e le sue derivate prime;
  - se i punti  $P(0, 0)$ ,  $Q(1/2, 1/2)$ ,  $R(1/2, -1/2)$  sono candidati ad essere di massimo o minimo;
  - si può dire altro su questi punti?
48. Data la funzione  $f(x, y) = xy - y$ , determinare le linee di livello  $l_0$ ,  $l_1$ ,  $l_{-1}$  e le intersezioni con i piani  $x = 0$ ,  $x = -1$ ,  $y = 1$ ,  $y = -1$ .
49. Data la funzione  $f(x, y) = e^x + y$ , determinare le linee di livello  $l_1$ ,  $l_{-1}$  e le intersezioni con i piani  $x = 0$ ,  $x = 2$ ,  $y = 0$ ,  $y = 3$ .
50. Data la funzione  $f(x, y) = y(x + y)$ , determinare le linee di livello  $l_0$ ,  $l_{-1}$  e le intersezioni con i piani  $x = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 1$ ,  $y = -1$ .
51. Calcolare  $\int (2x - 4x^2 + e^x) dx$ .
52. Calcolare  $\int_0^3 (x - e^{-x}) dx$ .
53. Calcolare  $\int (2x + e^{2x}) dx$ .
54. Calcolare  $\int_{-2}^{-1} (x + \ln x - e^{2x}) dx$ .
55. Calcolare  $\int (-x^2 + \sin x) dx$ .
56. Calcolare  $\int_{-2}^1 (x^2 + \ln x) dx$ .
57. Calcolare  $\int_1^2 (1/x^2 + \ln x) dx$ .