

Precorso di Matematica Generale - Esercizi 1

Luciano Battaia*

14 settembre 2012

Semplificare le seguenti espressioni con potenze

1. $\left(\left(\frac{2}{3} \right)^{-2} : \left(\frac{2}{3} \right)^{-4} \cdot \left(-\frac{3}{2} - \frac{1}{3} \right)^3 : \left(\left(\frac{7}{3} \right)^5 : \left(-\frac{3}{7} \right)^{-6} + \frac{4}{7} \left(\frac{1}{2} \right)^{-3} \right) \right)$ [1]

2. $\left(\left(\left(-\frac{1}{3} \right)^{-3} - \left(\frac{1}{4} \right)^{-2} + \left(\frac{1}{3} \right)^{-2} - \left(-\frac{1}{5} \right)^0 \right) : 6^0 + (-6)^2 \right)^2 : \left(-\frac{4}{5} \right)^0$ [1]

3. $\left(-9 \cdot (-5)^{-2} - 10^0 \cdot \left(\frac{4}{5} \right)^2 + \left(\frac{1}{3} \right)^{-2} - (-2)^3 \right) : \left(\frac{1}{2} \right)^{-5} + \frac{1}{2}$ [1]

Rispondere alle seguenti domande sul calcolo letterale

1. L'espressione letterale

$$a^2 + b^2$$

può assumere valore negativo per qualche scelta di a e b ? Giustificare la risposta.

2. Il valore di ciascuna delle seguenti espressioni ha sempre lo stesso segno, qualunque sia il valore attribuito alla lettera x :

a) $1 + x^2$;

b) $2x^2 + \frac{3}{2}$;

c) $-(x^2 + 3)$;

d) $(-x)^2 - (-7)$;

e) $(x - 1)^2 + 1$;

f) $-(x^2 + 3)^3$.

*<http://www.batmath.it>

Spiegarne il motivo, determinando il segno in ogni caso.

3. Quale numero deve essere sostituito alla lettera a perché l'espressione

$$(a - 2)^2$$

assuma il valore 0?

Se ad a si sostituisce un valore diverso dal precedente, qual è il segno del valore assunto dall'espressione?

4. Per quali valori della x le seguenti espressioni non hanno significato? Spiegarne il motivo.

a) $\frac{2x - 3}{x - 3}$. [3]

b) $\frac{3x + 5}{6x}$. [0]

c) $\frac{4x - 1}{x^2 - 1}$. [± 1]

d) $\frac{x^2 - 4}{x + 2}$. [-2]

Calcolare il valore delle seguenti espressioni letterali per i particolari valori indicati da attribuire alle lettere

1. $a^2 + 2ab - 3b^2$, per $a = -3$, $b = \frac{1}{3}$. [$\frac{20}{3}$]

2. $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, per $a = \frac{1}{2}$, $b = 2$. [$\frac{125}{8}$]

3. $(3x + y)(3x - y)$, per $x = -2$, $y = 5$. [11]

4. $\frac{a^3 - 1}{a^2 + a + 1}$, per $a = -\frac{1}{2}$. [$-\frac{3}{2}$]

Le seguenti espressioni sono monomi? Se sì, qual è il grado?

1. x^2b . [Sì, grado 3]

2. $-3a^{-2}y$. [No]

3. $(x + y)^2$. [No]

4. $7^{-2}yz^3$. [Sì, grado 4]

5. $a(-x)(a^2 + y)$. [No]

6. $a^3 b x a^{-2}$. [Si, grado 3]

7. $x^4 y^2$. [Si, grado 6]

Semplificare le seguenti espressioni con monomi

1. $-3a^2 - (-2ab) - 5b^2 + (-3b^2) + 2a^2 - 3ab - (-9b^2)$. $[-a^2 - ab + b^2]$

2. $4mn^2 - (-5ab^3) + \left(-\frac{3}{4}\right) + (-9ab^3) - \left(-\frac{1}{2}\right) + (-3mn^2) + (-mn^2)$. $[-4ab^3 - \frac{1}{4}]$

Semplificare i seguenti polinomi e determinare il loro grado

1. $x^2 + 2xy + 3ax + 2xy - 3x^2 + 7ax + 3$.

2. $3x^4 y^6 + 2x^3 y + 7xy^2 + 2x^4 y^6 - 6xy^2 + \frac{1}{3}x^3 y$.

3. $3x^8 y^7 - 2ay + \frac{1}{9}x^8 y^7 - ay + \frac{3}{4}x^8 y^7 + 3ay$.

Semplificare le seguenti espressioni

1. $x(x - y) - y(x - y) + 2xy - (a^2 - b^2) + a(a + b) - b(a + b)$. $[x^2 + y^2]$

2. $(2a + 3b)a - 2b(2a + 3b) - (8b^2 + ab) - 2a^2 + b(2a + 3b)$. $[-11b^2]$

3. $\left(2m(2m - 3n) + 6n\left(m - \frac{3}{2}n\right) + (8n^2 - 3m^2) + (n^2 - 1)\right)(-2m)$. $[2m - 2m^3]$

4. $(a - m)(a^5 + a^4 m + a^3 m^2 + a^2 m^3 + a m^4 + m^5)$. $[a^6 - m^6]$

Determinare quoziente e resto nelle seguenti divisioni di polinomi

1. $(x^3 - 3x^2 - x + 6) : (x^2 - x - 3)$. $[q(x) = x - 2; r(x) = 0]$

2. $(7x - x^3 + 2 + x^2) : (x^2 + 2)$. $[q(x) = -x + 1; r(x) = 9x]$

3. $(y^4) : (y^2 + y + 1)$. $[q(y) = y^2 - y; r(y) = y]$

4. $(-10x^3 + 9x^2 - 6) : (-5x^2 - 3x + 2)$. $[q(x) = 2x - 3; r(x) = -13x]$