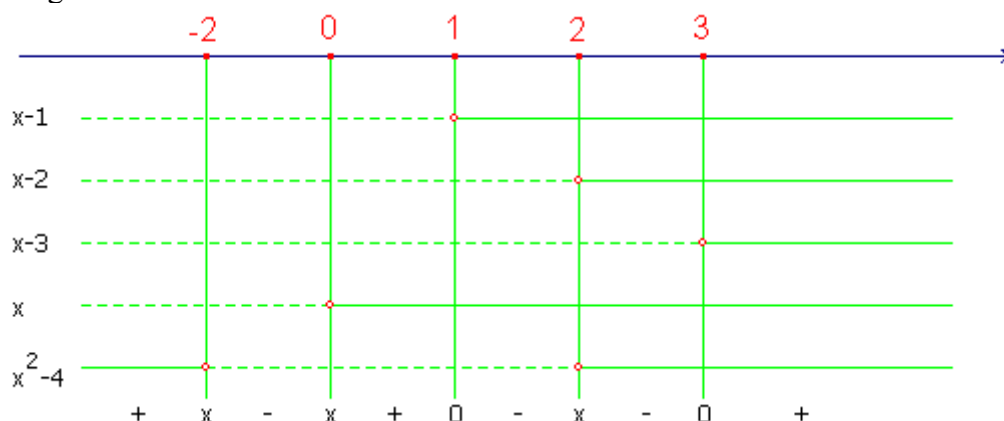


Classe 3B – Compito di matematica – 13/10/2003

Argomento: Disequazioni in una incognita

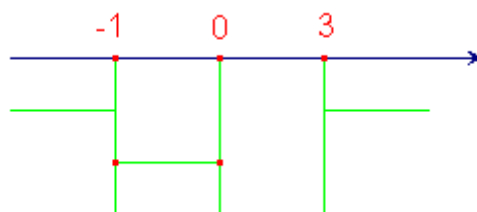
$$1) \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{x(x^2-4)} \leq 0$$

Riportiamo il grafico conclusivo:



Le conclusioni sono immediate: $-2 < x < 0 \vee 1 \leq x < 2 \vee 2 < x \leq 3$

$$2) \begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0 \\ x^2 + x \leq 0 \end{cases} \quad \text{Riportiamo il grafico conclusivo:}$$



Si deduce subito che il sistema non ha soluzioni.

$$3) x - 1 + \sqrt{2-x} < 0.$$

Il dominio è dato da: $x \leq 2$.

Isolando il radicale si ha: $\sqrt{2-x} < 1-x$. Si devono distinguere due casi a seconda che il secondo membro sia positivo (nel qual caso si eleva al quadrato) o negativo (nel qual caso la disequazione non può avere soluzioni).

- $x \leq 1$. Quadrando e semplificando si ottiene $x^2 - x - 1 > 0$, che è verificata per valori esterni alle due radici $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$. Tenendo conto della condizione $x \leq 1$ si conclude che le soluzioni di questo primo caso sono $x < \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$.
- $x > 1$ (ma ovviamente compreso nel dominio): la disequazione non ha soluzioni.

Se ne deduce che le soluzioni complessive (unione delle soluzioni dei due casi) sono: $x < \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$.

4) $x + \sqrt{x^2} \geq 0$. Seguendo la via “standard” si isola il radicale, ottenendo $\sqrt{x^2} \geq -x$. Distinguendo i due casi, a seconda che il secondo membro sia positivo o negativo si trova:

- Se $x \leq 0$, si eleva al quadrato ottenendo $x^2 \geq x^2$ che è vera.
- Se $x > 0$, la disequazione è vera automaticamente.

Le soluzioni sono tutti i numeri reali.

5) $x - \sqrt{x^2} \leq 0$. Isolando il radicale e procedendo come nell'esercizio 4 si trova ancora che l'insieme delle soluzioni è costituito da tutti i reali.

N.B. Gli esercizi 4 e 5 potevano anche essere risolti senza alcun calcolo...

6) $\frac{x + \sqrt{x}}{x^2 - x} < 0$. Il dominio è dato da $\begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - x \neq 0 \end{cases}$, che ha come soluzioni $0 < x < 1 \vee x > 1$.

Dopodiché il numeratore della frazione è sempre positivo o nullo, mentre il segno del denominatore è immediato. Il grafico finale porge subito il risultato.

