

Classe 4B – Compito di matematica – 8 novembre 2001

1. Risolvere le seguenti disequazioni goniometriche:

a. $3 \sin x - 2 < 0$

La disequazione si può scrivere nella forma, equivalente, $\sin x < \frac{2}{3}$, le cui soluzioni, a meno della

periodicità, sono: $0 \leq x < \arcsin \frac{2}{3} \vee \pi - \arcsin \frac{2}{3} < x < 2\pi$.

b. $\sqrt{3} \cos x + \sin x < 0$

Dividendo per 2 la disequazione può essere scritta nella forma: $\sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) < 0$, la cui soluzione è immediata...

c. $\sqrt{3} \sin x - \cos x - 1 \geq 0$

Dividendo per 2 la disequazione può essere scritta nella forma: $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \geq \frac{1}{2}$, la cui soluzione,

ameno della periodicità, è: $\frac{\pi}{6} \leq x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{5}{6}\pi \dots$

d. $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 \geq 0$

La disequazione può essere ricondotta a: $\sin x \leq \frac{1}{2} \vee \sin x \geq 1$, le cui soluzioni, a meno della

periodicità sono: $0 \leq x < \frac{\pi}{6} \vee x = \frac{\pi}{2} \vee \frac{5}{6}\pi < x < 2\pi$

2. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni goniometriche, giustificando i risultati:

a. $y = \sin(\arcsin x)$

Il dominio della funzione è $-1 \leq x \leq 1$. In questo tratto le due funzioni possono essere considerate una l'inversa dell'altra. per cui si ha $y = x$, con $-1 \leq x \leq 1$.

b. $y = \arccos(\cos x)$

La funzione coseno è periodica, per cui basterà tracciare il grafico nel tratto tra 0 e 2π .

Nel tratto tra 0 e π le due funzioni sono una l'inversa dell'altra, per cui si avrà $y = x$ con $0 \leq x \leq \pi$.

Per il tratto tra π e 2π si può osservare, dal grafico sottostante, che x e $\arccos(\cos x)$ sono simmetrici rispetto a π , da cui $\frac{x + \arccos(\cos x)}{2} = \pi$, ovvero $\arccos(\cos x) = 2\pi - x$. Il grafico

complessivo è dunque immediato.

