Classe 4B – Test di matematica – 18 ottobre 2001

Valutazione: ciascuna delle domande che seguono prevede quattro possibili risposte, delle quali una sola è corretta. Segnare con una crocetta la risposta corretta e fornire la giustificazione nell'apposito spazio. La risposta corretta e correttamente giustificata vale 5 punti; la risposta errata vale –2 punti; tutti gli altri casi sono valutati con zero punti. Il totale sarà rapportato a dieci con una formula che terrà *anche* conto dell'andamento complessivo del tema per la classe.

Argomento del test: funzioni potenza ed esponenziale, nel campo reale.

1. La funzione $f : R \to R,\ x \mapsto 2^x$
   - 1.1. è invertibile
   - 1.2. è invertibile purché si operi una restrizione sul codominio ***risposta esatta***
   - 1.3. è invertibile purché si operi una restrizione sul dominio
   - 1.4. è invertibile purché si operi una restrizione sia sul dominio che sul codominio

Infatti la funzione è iniettiva e, se si opera una restrizione sul codominio ai reali strettamente positivi, diventa anche suriettiva e quindi invertibile.

2. La funzione $x \mapsto 2^{\log_2 x}$
   - 2.1. ha come dominio **R**
   - 2.2. coincide con la funzione $x \mapsto x$
   - 2.3. coincide con la funzione $f : \{x \geq 0\} \to R,\ x \mapsto x$
   - 2.4. coincide con la funzione $f : \{x > 0\} \to R,\ x \mapsto x$ ***risposta esatta***

Infatti essa ha come dominio solo i reali strettamente positivi e, su questo insieme, coincide con la funzione identità in quanto log_2 è l'inversa di exp_2 (cioè della funzione esponenziale di base 2) quando quest'ultima ha il codominio ristretto ai reali strettamente positivi.

3. La disequazione $x^2 + 3^x > 0$ ha come insieme di soluzioni
   - 3.1. x>0
   - 3.2. x≥0
   - 3.3. **R** ***risposta esatta***
   - 3.4. **R**\{0}

La giustificazione è, quasi, banale in quanto il primo membro della disequazione è la somma di due numeri di cui il primo è non negativo e il secondo strettamente positivo.

4. La disequazione $3^{2x} - 3^x > 0$
   - 4.1. è equivalente alla disequazione $3^x - 1 > 0$ ***risposta esatta***
   - 4.2. ha come insieme delle soluzioni **R**
   - 4.3. ha come insieme delle soluzioni x≥0
   - 4.4. ha come insieme delle soluzioni x≥1

Anche per questo esercizio la giustificazione è, quasi, banale in quanto per passare dal testo alla forma $3^x - 1 > 0$ basta dividere ambo i membri per 3^x, che è strettamente positivo.

5. Se *a* e *b* sono numeri reali, $\log\frac{a}{b}$

5.1. è uguale a $\log a - \log b$, purché *b* sia diverso da zero

5.2. è uguale a $\log a + \log b$, purché *a* e *b* siano strettamente positivi

5.3. è uguale a $\frac{\log a}{\log b}$, purché il denominatore non si annulli

5.4. è uguale a $\log a - \log b$, purché *a* e *b* siano strettamente positivi ***risposta esatta***

Si tratta di una delle proprietà dei logaritmi (attenzione: è indispensabile che a e b siano strettamente positivi, la cosa non sarebbe vera se a e b fossero strettamente negativi, in quanto $\log\frac{a}{b}$ *avrebbe senso, mentre* $\log a - \log b$ *non avrebbe alcun significato).*

6. La disequazione $\frac{(2^x-1)(2^x+13)}{(1-3^x)3^x} < 0$ ha come insieme di soluzioni:

6.1. **R**

6.2. **R**\{0} ***risposta esatta***

6.3. **x**>0

6.4. x<0

Intanto $2^x + 13$ *e* 3^x *possono essere semplificati perché strettamente positivi, dopodiché il numeratore è positivo per x>0, il denominatore per x<0: rimane dunque escluso solo il valore x=0 dove il denominatore si annulla (si annulla anche il numeratore, ma questo non ha alcun interesse ai fini del dominio).*