

Classe 5B – Compiti di matematica – maggio 2004

Argomento dei compiti: Esercitazioni per l'esame di Stato

È data la funzione $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x \ln x & x > 0 \end{cases}$.

1. Se ne determini il dominio.
2. Se ne determini il segno.
3. Si dica se è continua nel suo dominio oppure no.
4. Si dica se è derivabile nel suo dominio oppure no.
5. Si calcoli $\int_{-1}^1 f(x) dx$.
6. Si calcoli il volume del solido ottenuto ruotando di un giro completo attorno all'asse delle x la parte di piano limitata dalle rette $x=0$, $x=1$, $y=0$ e dal grafico della funzione.
7. Si indichi, senza calcolare l'integrale, il procedimento per calcolare la lunghezza della curva grafico della funzione nel tratto individuato da $1 \leq x \leq 2$

È data la funzione $f(x) = x + \sqrt{x}$.

8. Se ne determini il dominio.
9. Se ne determini il segno.
10. Si dica se è continua nel suo dominio oppure no.
11. Si dica se è derivabile nel suo dominio oppure no.
12. Si calcoli il volume del solido ottenuto ruotando di un giro completo attorno all'asse delle x la parte di piano limitata dalle rette $x=1$, $y=0$ e dal grafico della funzione.

È data l'equazione $x^3 + 2x + 7 = 0$.

13. Si dimostri che essa ha una sola soluzione \bar{x} .
14. Si calcoli un valore approssimato di \bar{x} , con un errore non superiore a 10^{-3} .

E' data la funzione $f(x) = \begin{cases} x^2 + a & x \leq 1 \\ bx + 3 & x > 1 \end{cases}$

15. Si determinino i valori delle costanti reali a e b in modo che la funzione sia continua e derivabile in tutto il suo dominio.
16. Per i valori di a e b determinati al punto 1 si calcoli il volume del solido ottenuto ruotando di 360° attorno all'asse x il grafico della funzione nell'intervallo $0 \leq x \leq 2$.

17. Per i valori di a e b determinati al punto 1 si calcoli la primitiva della funzione che passa per l'origine degli assi.

Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} e^{x+|x|} & x \leq 1 \\ \ln(x^2 + 1) & x > 1 \end{cases}$.

18. Se ne determini il dominio.

19. Se ne determini il segno.

20. Si determinino i limiti notevoli ed eventuali asintoti.

21. Si dica se è continua nel suo dominio.

22. Se ne calcoli la derivata, precisando in quali punti è derivabile.

23. Si trovi il segno della derivata prima.

24. Si tracci un grafico indicativo.

25. Dal grafico precedente si deduca, fin dove possibile, il grafico della funzione $g(x) = e^{f(x)}$, senza eseguire ulteriori calcoli.

Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 2 \\ e^{-x^2} & x < 2 \end{cases}$

26. Si calcoli la lunghezza del suo grafico nel tratto $2 \leq x \leq 4$.

27. Si calcoli il seguente limite: $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\int_0^t f(x) dx}{\sin t}$

28. Si dica se l'equazione $f(x) = 0$ ha o no soluzioni, e, in caso affermativo, quante.